



**UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH**

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona

Enginyeria de Telecomunicació

# **MODELADO DE CIRCUITOS MULTIMODALES EN ENTORNOS MICROSTRIP**

PROYECTO FINAL DE CARRERA

AUTOR:

Gerard Solà y Sabaté

DIRECTORES:

LLuís Pradell y Cara

Miquel Ribó y Pal

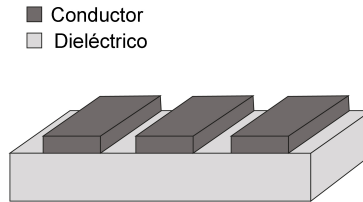
Barcelona, Octubre 2014

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Teoría Modal</b>	<b>8</b>
2.1. Relaciones entre parámetros físicos y parámetros modales . . . . .	8
2.2. Modelo circuital general de transición de circuital a modal . . . . .	10
2.3. Caso particular: Three-Line Microstrip . . . . .	14
2.3.1. Análisis del Modo EE . . . . .	14
2.3.2. Análisis del Modo OO . . . . .	15
2.3.3. Análisis del Modo OE . . . . .	15
2.3.4. Modelo circuital . . . . .	16
<b>3. Procedimiento general de análisis de circuitos</b>	<b>17</b>
3.1. Primera fase: Parámetros S . . . . .	17
3.2. Segunda fase: Parámetros físicos asociados a cada modo . . . . .	18
3.2.1. Programa en Matlab . . . . .	20
3.3. Tercera fase: Parámetros modales y modelo circuital . . . . .	25
3.3.1. Programa en Matlab . . . . .	25
3.4. Cuarta fase: Circuito completo . . . . .	26
3.5. Ejemplo: Three-Line Microstrip . . . . .	26
<b>4. Validación del método</b>	<b>35</b>
4.1. Circuito 5: Modelo del conector . . . . .	36
4.2. Circuito 2: Transición entre sistemas modales . . . . .	36
4.3. Circuito 4: Cuatro líneas microstrip . . . . .	39
4.4. Circuito 6: Discontinuidades con elementos circuitales . . . . .	41
<b>5. Aplicaciones</b>	<b>43</b>
5.1. Líneas Slowwave . . . . .	43
5.2. Medida del leakage modal . . . . .	46
<b>6. Conclusiones</b>	<b>53</b>
<b>7. Anexos</b>	<b>54</b>
7.1. Código del programa Matlab . . . . .	54
7.2. Teoría multimodal generalizada de Miquel Ribó Pal . . . . .	62
7.2.1. Obtención de los parámetros modales de un tramo de N líneas acopladas (con un conductor de referencia) [3] . . . . .	62
7.2.2. Modelo circuital general de transición de circuital a modal en $\mathbb{R}$ [4] . . . . .	65
7.2.3. Modelo general para Three-Line Microstrip en $\mathbb{R}$ . . . . .	69

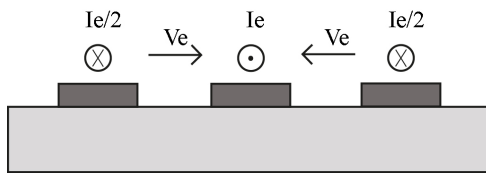
# 1. Introducción

La idea de este proyecto nace debido a la detección de un cambio en el comportamiento de circuitos con líneas de transmisión uniplanares cuando se les añade un plano de masa inferior. Para explicar este fenómeno se pone por ejemplo el caso coplanar. La línea coplanar (Figura 1) es un tipo de línea uniplanar de transmisión eléctrica que está formada por tres franjas de conducción colocadas encima de una capa de sustrato dieléctrico.

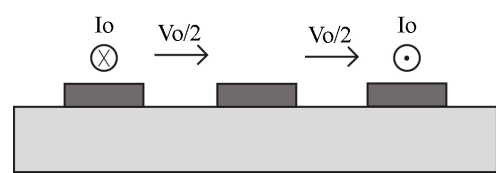


**Figura 1:** Línea de transmisión coplanar (sin plano de masa inferior)

Si se define un modo como una distribución de tensiones y corrientes en los conductores que se mantiene constante a lo largo de la propagación por la línea de transmisión, la teoría existente sobre líneas coplanares [2] explica que éstas se pueden describir mediante dos modos: el modo par o *even* (Figura 2) y el modo impar o *odd* (Figura 3).

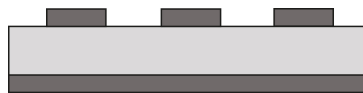


**Figura 2:** Mode even coplanar



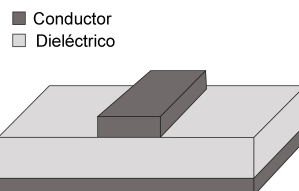
**Figura 3:** Mode odd coplanar

Si a una línea de transmisión coplanar (Figura 1) se le añade un plano de masa inferior (Figura 4), el circuito ya no se puede describir mediante los modos *even* y *odd*, sino que ahora, como se explicará más adelante, el circuito tiene que ser definido mediante 3 modos, es decir, el plano de masa inferior ha añadido un modo y, por lo tanto, el circuito no tendrá el mismo comportamiento que antes.



**Figura 4:** Línea coplanar con plano de masa inferior

Una línea microstrip (Figura 5) es una línea de transmisión planar que está formada por una franja de conducción separada de un plano de masa por una capa de sustrato dieléctrico.



**Figura 5:** Línea microstrip

Por lo tanto, cuando una línea de transmisión formada por un conjunto de una o más líneas planares se le añade un plano de masa inferior, se dice que el circuito está en entorno microstrip. Durante el proyecto se hará hincapié en este tipo de circuitos.

Como se ha comentado anteriormente, se define un modo como una distribución de tensiones y corrientes en los conductores que se mantiene constante a lo largo de la propagación por la línea de transmisión. Cada modo se propagará de forma equivalente por una línea de transmisión modal (Figura 6). Para definir completamente un modo se necesita obtener la impedancia modal característica  $Z_{0M}$  y la constante de propagación modal  $\gamma_M$ . La tensión que se propaga por esta línea se le llama tensión modal  $V_M(z)$ , y la corriente, corriente modal  $I_M(z)$ .

Para esta definición se puede recurrir a dos opciones: utilizar las ondas regresivas o las progresivas.

Ondas progresivas

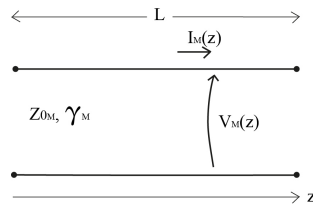
$$V_M(z) = V_M^+ \cdot e^{-\gamma_M \cdot z}$$

$$I_M(z) = \frac{V_M^+}{Z_{0M}} \cdot e^{-\gamma_M \cdot z}$$

Ondas regresivas

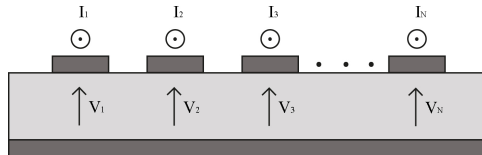
$$V_M(z) = V_M^- \cdot e^{\gamma_M \cdot z}$$

$$I_M(z) = -\frac{V_M^-}{Z_{0M}} \cdot e^{\gamma_M \cdot z}$$



**Figura 6:** Línea de transmisión modal

En una línea de transmisión con  $N+1$  conductores ( $N$  líneas acopladas más un conductor de referencia), se pueden obtener  $N$  modos distintos, de manera que la línea de transmisión se puede descomponer en  $N$  líneas de transmisión modales. En la Figura 7 se puede observar un circuito con  $N$  líneas acopladas en entorno microstrip, dónde  $V_i$  ( $i=1\dots N$ ) son las tensiones físicas y  $I_i$  ( $i=1\dots N$ ) son las corrientes físicas, para un modo cualquiera.



**Figura 7:** Línea de transmisión con  $N+1$  conductores en entorno microstrip

Cada modo tiene asociadas una tensión y una corriente físicas para cada conductor (se toma un conductor como referencia). En el caso de microstrip, la referencia es el conductor inferior. La forma de relacionar la tensión modal ( $V_M$ ) con cada una de las tensiones físicas de cada conductor ( $V_i$   $i=1\dots N$ ) para ese modo y la corriente modal ( $I_M$ ) con cada una de las corrientes físicas de cada conductor ( $I_i$   $i=1\dots N$ ) para ese modo, es un poco arbitraria. En realidad, cualquiera es buena siempre que se cumpla que la potencia propagada por el modo sea igual a la potencia propagada por los conductores:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \text{Re}\{V_M \cdot I_M^*\} = \frac{1}{2} \cdot \text{Re}\left\{\sum_{i=1}^N V_i \cdot I_i^*\right\}$$

Por consiguiente, bastará con que cumpla la siguiente condición:

$$V_M \cdot I_M^* = \sum_{i=1}^N V_i \cdot I_i^*$$

Debido a que la definición de  $V_M$  y  $I_M$  es arbitraria, el parámetro que relaciona ambos conceptos, la impedancia modal característica  $Z_{0M}$ , también lo será.



Estas líneas de transmisión modales están definidas para tensiones y corrientes modales, por lo tanto, no se pueden unir directamente con elementos circuitales con tensiones y corriente físicas. Para tal fin, es necesario un modelo circuital que sirva como transición entre el ámbito modal y el circuital, y al revés.

A partir de la teoría multimodal generalizada de Miquel Ribó Pal [3] [4] (disponible en los anexos), se propone un método de análisis de circuitos que se puede utilizar para líneas de transmisión con cualquier número de líneas acopladas.

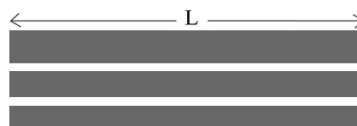
Para la aplicación del método se divide el circuito a analizar en los diferentes tramos de líneas acopladas que forman el circuito completo. Si un tramo de líneas acopladas contiene una discontinuidad, se divide el tramo en dos: un tramo desde el inicio hasta la discontinuidad y otro tramo desde la discontinuidad hasta el final.

Una vez dividido el circuito en los diferentes tramos, se modela cada uno de ellos mediante líneas de transmisión modales que definen cada uno de los modos de ese tramo. Las conexiones entre diferentes tramos se hace de forma circuital, por lo tanto, cada tramo tiene que ir precedido de una etapa de transición de circuital a modal, seguido del tramo definido con parámetros modales y, una vez finalizado el tramo, tiene que haber otra etapa de transición de modal a circuital. En resumen, el método propuesto permite definir los tramos de líneas acopladas de un circuito mediante parámetros modales y, al mismo tiempo, tratar las discontinuidades que éste pueda tener de forma circuital mediante etapas de transición.

El método está dividido en cuatro fases. En la primera fase, se obtienen los parámetros  $S$  que definen el tramo de líneas acopladas a analizar mediante el simulador electromagnético 3D Momentum, incorporado en el software Advanced Design System (ADS). En la segunda fase, mediante los parámetros  $S$  obtenidos en la anterior fase y un programa desarrollado para el software matemático Matlab, se hallan las tensiones físicas, las corrientes físicas y las constantes de propagación físicas, para cada uno de los modos que definen el tramo de líneas acopladas. En la tercera fase, se encuentran, para ese tramo, los parámetros modales a partir de los físicos de la anterior fase y se diseña el modelo circuital que hará de transición entre el ámbito circuital y el ámbito modal (aunque se trate de una fase distinta, todos los valores se obtienen con el programa Matlab utilizado en la fase 2). En el caso de que el circuito tenga más de un tramo de líneas acopladas, se repiten las tres anteriores fases para cada uno de los tramos. Finalmente, se añaden todos los elementos que componen el circuito completo en un esquemático y se comprueba el proceso mediante el simulador circuital también incorporado en ADS. Este método ha sido ideado por Miquel Ribó Pal [3] [4] y, en el inicio del proyecto, era funcional para el caso particular de tres líneas microstrip acopladas (el programa necesitaba mejoras ya que trataba las variables como valores reales y no consideraba la posibilidad de números complejos). Durante el transcurso del proyecto se ha completado y generalizado.

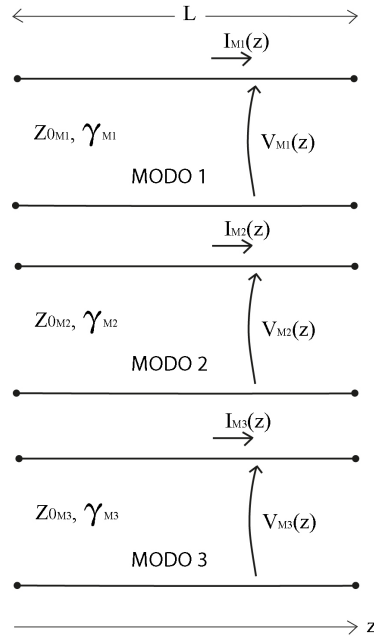
En este punto, cualquiera se podría preguntar porqué definir un circuito mediante parámetros modales. Para responder esta pregunta, en el proyecto se exponen dos aplicaciones que pueden ser de utilidad. La primera aplicación es sobre el análisis de líneas Slowwave. Estas líneas incrementan el retardo de grupo, es decir, aumentan el tiempo que tarda la señal a transmitirse por la estructura, por lo tanto, son de especial interés ya que permiten comprimir los diseños. Y, la otra, la más importante, sobre la aplicación del método para la medida del leakage modal, es decir, para conocer cómo afecta una discontinuidad del circuito en los modos del sistema y llegar a entender los mecanismos de intercambio modal.

Para explicar esta aplicación se expone un ejemplo a base de una línea de transmisión formada por tres líneas microstrip acopladas (Figura 8)



**Figura 8:** Tres líneas acopladas con plano de masa inferior

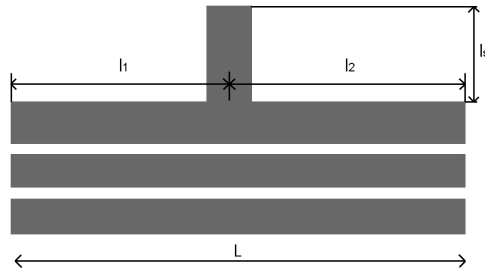
Como se ha comentado anteriormente, como existen 3+1 conductores, habrán 3 modos y, por lo tanto, se puede descomponer el circuito en 3 líneas de transmisión modales, tal como se muestra en la Figura 9.



**Figura 9:** Modelo modal

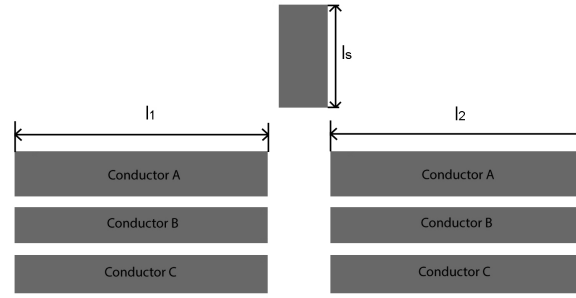
Debido a que los modos están representados por líneas de transmisión modales, con la teoría de propagación de ondas en líneas de transmisión, se puede conocer la  $V_M$  y la  $I_M$  para cada uno de los modos a la salida, si se conocen sus valores a la entrada.

Al circuito anterior (Figura 8), se le añade una discontinuidad, en este caso, un stub en paralelo, como se puede ver en la Figura 10.



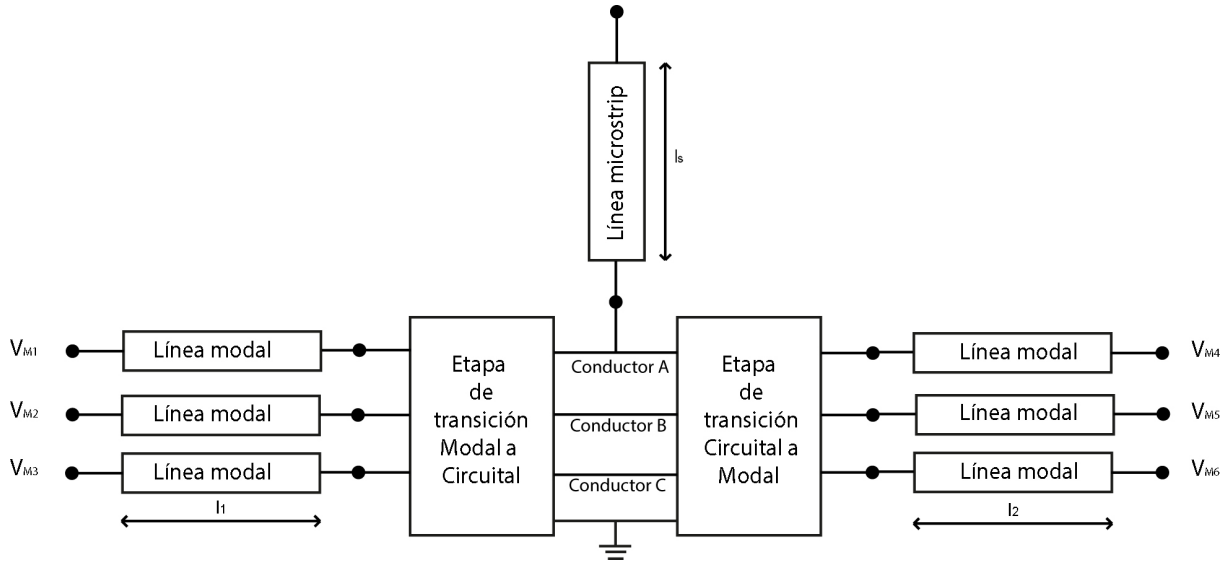
**Figura 10:** Tres líneas microstrip con un stub en paralelo

Ahora el circuito se puede dividir en tres tramos (Figura 11): el tramo con tres líneas acopladas antes del stub, el tramo con el stub en paralelo y el tramo con tres líneas acopladas después del stub. Los tres tramos se pueden tratar de forma independiente y, además, los tramos que representan las tres líneas acopladas siguen teniendo los mismos tres modos, ya que no se han modificado la estructura de éstas, sino que sólo ha cambiado la longitud física. En definitiva, el sistema tiene cuatro modos distintos, los tres que representan las tres líneas acopladas y el modo que añade el stub.



**Figura 11:** División del circuito en tramos

El modelo circuital resultante se puede ver en la Figura 12.



**Figura 12:** Modelo circuital del tramo con el stub en paralelo

Con este modelo circuital (Figura 12), donde los puertos de entrada y de salida corresponden a los modos de las tres líneas acopladas, se puede medir la variación en las tensiones y corrientes modales que experimenta el circuito al añadir el stub y, por lo tanto, conocer cuál es el impacto exacto de la discontinuidad en los modos de las líneas acopladas.

Otra pregunta que se podría formular es por qué utilizar este método para el cálculo de los parámetros modales. La respuesta es su sencillez y que, aunque desprecie algunos efectos y, por lo tanto, no tenga tanta precisión como aplicar directamente la teoría electromagnética, como se hacía en otras publicaciones [5] [6], permite obtener unos resultados muy buenos.

El proyecto está dividido en cinco secciones. En la primera, se explica la teoría necesaria para la aplicación del método de análisis propuesto, en la segunda, se describe detalladamente el procedimiento a seguir, en la tercera, está la validación del correcto funcionamiento mediante un conjunto de circuitos fabricados, en la cuarta sección, se muestran las dos aplicaciones antes nombradas y, en la última, se encuentran las conclusiones del trabajo. Además, al final de todo, se encuentran los anexos con la documentación adicional y la referencias.

## 2. Teoría Modal

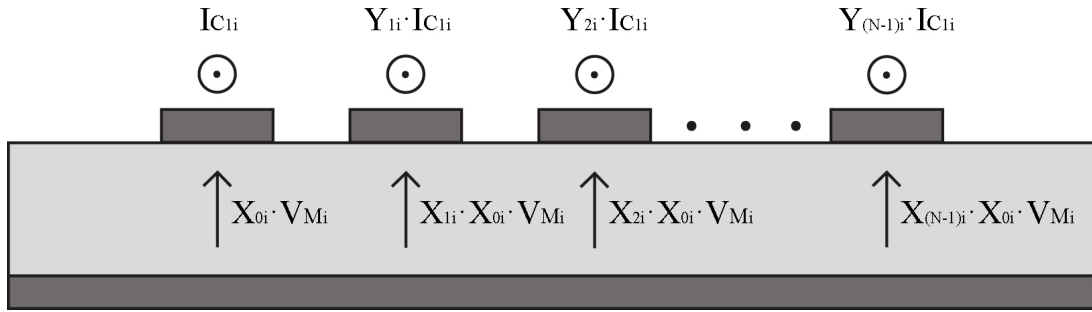
En esta sección se explica detalladamente toda la teoría modal necesaria para el modelado de cualquier línea de transmisión formada por líneas acopladas con parámetros modales, aunque, en este caso, se particulariza para circuitos con líneas microstrip acopladas. Además, se plantea un modelo circuital utilizado como transición entre el ámbito modal y elementos circuitales. Esta teoría generaliza la deducida por Miquel Ribó Pal [3] [4] (disponible en los anexos).

### 2.1. Relaciones entre parámetros físicos y parámetros modales

En una línea de transmisión con  $N+1$  conductores ( $N$  líneas acopladas más un conductor de referencia) hay  $N$  modos. Como cualquier definición de los parámetros modales es buena siempre que se cumpla la restricción de potencia, para cada modo, se define la tensión física en el primer conductor ( $V_1$ ) como una porción ( $X_0$ ) de la tensión modal ( $V_M$ ) y el resto de tensiones físicas se expresan mediante una proporción de ésta. El parámetro de proporcionalidad es diferente para cada conductor ( $X_i$   $i=1...(N-1)$ ). Las corrientes físicas de los conductores se definen proporcionalmente a la corriente física del primer conductor ( $I_{C1}$ ), mediante un parámetro de proporcionalidad distinto para cada conductor ( $Y_i$   $i=1...(N-1)$ ). La constante de propagación modal coincide con la constante de propagación física. Este procedimiento se repite para cada modo.

Para entornos microstrip, cada modo  $i$  ( $i=1..N$ ) queda representado en la Figura 13:

Modo  $i$ :



**Figura 13:** Línea de transmisión con  $N+1$  conductores

Se aplica la restricción de potencia:

$$V_{M_i} \cdot I_{M_i}^* = X_{0i} \cdot V_{M_i} \cdot I_{C1i}^* + \sum_{n=1}^{N-1} X_{ni} \cdot Y_{ni}^* \cdot X_{0i} \cdot V_{M_i} \cdot I_{C1i}^*$$

Por lo tanto:

$$I_{C1i} = \frac{1}{X_{0i}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{ni}^* \cdot Y_{ni})} \cdot I_{M_i}$$

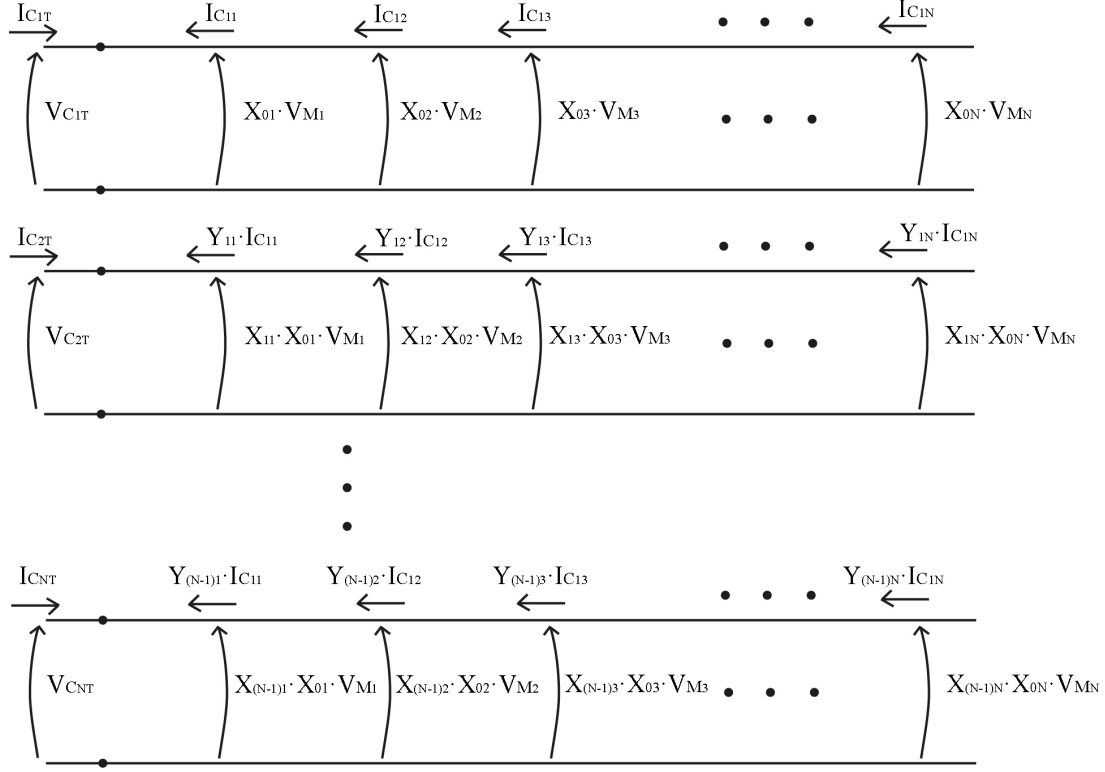
En este momento se puede obtener fácilmente la Impedancia modal característica para el modo  $i$  mediante la siguiente relación:

$$V_{M_i} = \frac{V_{C1i}}{X_{0i}}$$

$$I_{M_i} = X_{0i}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{ni}^* \cdot Y_{ni}) \cdot I_{C1i}$$

$$Z_{M_i} = \frac{V_{M_i}}{I_{M_i}} = \frac{1}{|X_{0i}|^2 \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{ni}^* \cdot Y_{ni})} \cdot \frac{V_{C_{1i}}}{I_{C_{1i}}} = \frac{1}{|X_{0i}|^2 \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{ni}^* \cdot Y_{ni})} \cdot Z_{C_{1i}}$$

Si se sigue este procedimiento para cada uno de los modos y se añaden todas las tensiones y corrientes para cada modo en un mismo modelo circuital, se obtiene el modelo de la Figura 14, donde  $V_{C_{iT}}$  es la tensión total para el conductor  $i$  y  $I_{C_{iT}}$  es la corriente total para el conductor  $i$ :



**Figura 14:** Línea de transmisión con N+1 conductores

Por lo tanto, si se aplican las leyes de Kirchhoff, se pueden obtener las siguiente relaciones entre tensiones físicas y modales:

$$V_{C_{1T}} = \sum_{n=1}^N X_{0n} \cdot V_{M_n} \quad V_{C_{iT}} = \sum_{n=1}^N X_{(i-1)n} \cdot X_{0n} \cdot V_{M_n} \quad i = 2 \dots N$$

$$I_{C_{1T}} = -\sum_{n=1}^N I_{C_{1n}} \quad I_{C_{iT}} = -\sum_{n=1}^N Y_{(i-1)n} \cdot I_{C_{1n}} \quad i = 2 \dots N$$

Si se escribe en formato matricial:

$$\begin{pmatrix} V_{C_{1T}} \\ V_{C_{2T}} \\ V_{C_{3T}} \\ \vdots \\ V_{C_{NT}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{01} & X_{02} & \cdots & X_{0N} \\ X_{11} \cdot X_{01} & X_{12} \cdot X_{02} & \cdots & X_{1N} \cdot X_{0N} \\ X_{21} \cdot X_{01} & X_{22} \cdot X_{02} & \cdots & X_{2N} \cdot X_{0N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ X_{(N-1)1} \cdot X_{01} & X_{(N-1)2} \cdot X_{02} & \cdots & X_{(N-1)N} \cdot X_{0N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{M_1} \\ V_{M_2} \\ V_{M_3} \\ \vdots \\ V_{M_N} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_{C_{1T}} \\ I_{C_{2T}} \\ I_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{C_{NT}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{(N-1)1} & Y_{(N-1)2} & \cdots & Y_{(N-1)N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -I_{C_{11}} \\ -I_{C_{12}} \\ -I_{C_{13}} \\ \vdots \\ \vdots \\ -I_{C_{1N}} \end{pmatrix}$$

Si ahora se añade la restricción de potencia calculada anteriormente:

$$I_{C_{1i}} = \frac{1}{X_{0i}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{ni}^* \cdot Y_{ni})} \cdot I_{M_i}$$

Se obtiene:

$$\begin{pmatrix} I_{C_{1T}} \\ I_{C_{2T}} \\ I_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{C_{NT}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{X_{01}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{n1}^* \cdot Y_{n1})} & \cdots & \frac{1}{X_{0N}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{nN}^* \cdot Y_{nN})} \\ Y_{11} \cdot \frac{1}{X_{01}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{n1}^* \cdot Y_{n1})} & \cdots & Y_{1N} \cdot \frac{1}{X_{0N}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{nN}^* \cdot Y_{nN})} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{(N-1)1} \cdot \frac{1}{X_{01}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{n1}^* \cdot Y_{n1})} & \cdots & Y_{(N-1)N} \cdot \frac{1}{X_{0N}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{nN}^* \cdot Y_{nN})} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -I_{M_1} \\ -I_{M_2} \\ -I_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ -I_{M_N} \end{pmatrix}$$

## 2.2. Modelo circuital general de transición de circuital a modal

Este apartado se centra en el diseño de un modelo circuital que relacione parámetros físicos con modales y, por lo tanto, que se pueda utilizar como etapa de transición entre circuital y modal, y al revés. En el apartado anterior se han encontrado unas relaciones entre tensiones físicas y modales y, entre corriente físicas y modales, en consecuencia, el modelo circuital tiene que ser tal que las corrientes no puedan generar tensiones y al revés.

Esta relación se puede expresar mediante una matriz ABCD generalizada:

$$\begin{pmatrix} V_{C_{1T}} \\ V_{C_{2T}} \\ V_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{C_{NT}} \\ I_{C_{1T}} \\ I_{C_{2T}} \\ I_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{C_{NT}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{M_1} \\ V_{M_2} \\ V_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{M_N} \\ -I_{M_1} \\ -I_{M_2} \\ -I_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ -I_{M_N} \end{pmatrix}$$

dónde:

$$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D} \text{ son matrices } N \times N \quad \text{y} \quad \hat{B} = \hat{C} = \hat{0}$$

Como restricción adicional se impone que nuestro modelo circuital sea recíproco, ya que todos los elementos y medios pasivos (excepto ferritas y plasmas) son recíprocos. Un circuito recíproco tiene la matriz de parámetros Z simétrica. Se va a analizar como afecta esta restricción a los parámetros ABCD.

Primero hay que relacionar los parámetros Z con los parámetros ABCD:

$$\begin{pmatrix} V_{C_{1T}} \\ V_{C_{2T}} \\ V_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{C_{NT}} \\ V_{M_1} \\ V_{M_2} \\ V_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{M_N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{Z}_{11} & \hat{Z}_{12} \\ \hat{Z}_{21} & \hat{Z}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{C_{1T}} \\ I_{C_{2T}} \\ I_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{C_{NT}} \\ I_{M_1} \\ I_{M_2} \\ I_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{M_N} \end{pmatrix}$$

dónde  $\hat{Z}_{11}, \hat{Z}_{12}, \hat{Z}_{21}, \hat{Z}_{22}$  son matrices NxN

Ahora se definen los siguientes vectores:

$$\hat{V}_C = \begin{pmatrix} V_{C_{1T}} \\ V_{C_{2T}} \\ V_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{C_{NT}} \end{pmatrix} \quad \hat{V}_M = \begin{pmatrix} V_{M_1} \\ V_{M_2} \\ V_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{M_N} \end{pmatrix} \quad \hat{I}_C = \begin{pmatrix} I_{C_{1T}} \\ I_{C_{2T}} \\ I_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{C_{NT}} \end{pmatrix} \quad \hat{I}_M = \begin{pmatrix} I_{M_1} \\ I_{M_2} \\ I_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{M_N} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\hat{V}_C = \hat{Z}_{11} \cdot \hat{I}_C + \hat{Z}_{12} \cdot \hat{I}_M$$

$$\hat{V}_M = \hat{Z}_{21} \cdot \hat{I}_C + \hat{Z}_{22} \cdot \hat{I}_M$$

De las relaciones anteriores se puede obtener:

$$\hat{I}_C = \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{V}_M - \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} \cdot \hat{I}_M$$

$$\hat{V}_C = \hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{V}_M - (\hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{12}) \cdot \hat{I}_M$$

Si se sabe:

$$\hat{I}_C = \hat{C} \cdot \hat{V}_M - \hat{D} \cdot \hat{I}_M$$

$$\hat{V}_C = \hat{A} \cdot \hat{V}_M - \hat{B} \cdot \hat{I}_M$$

Por inspección, se puede obtener la relación entre parámetros Z y parámetros ABCD:

$$\hat{A} = \hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1}$$

$$\hat{C} = \hat{Z}_{21}^{-1}$$

$$\hat{B} = \hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{12}$$

$$\hat{D} = \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22}$$

Finalmente, si se aplica la condición de reciprocidad, o lo que es lo mismo, una matriz de parámetros Z simétrica ( $Z_{ij} = Z_{ji} \quad \forall i \neq j$ ), se tiene que  $\hat{Z}_{11}^T = \hat{Z}_{11}$ ,  $\hat{Z}_{22}^T = \hat{Z}_{22}$ ,  $\hat{Z}_{12}^T = \hat{Z}_{21}$ .

Ahora se ve como afecta a los parámetros ABCD:

$$\hat{A}^T \cdot \hat{D} - \hat{C}^T \cdot \hat{B} = \hat{Z}_{21}^{-1^T} \cdot \hat{Z}_{11}^T \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{21}^{-1^T} \cdot (\hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{12}) = I$$

Dónde I indica la matriz identidad NxN.

En el sistema que se esta diseñando  $\hat{B} = \hat{C} = \hat{0}$ .

$$\text{Es decir : } \hat{A}^T \cdot \hat{D} - \hat{C}^T \cdot \hat{B} = \hat{A}^T \cdot \hat{D} = I$$

$$\text{Por lo tanto: } \hat{D}^{-1} = \hat{A}^T \quad \text{y} \quad \hat{A}^{-1} = \hat{D}^T$$

En conclusión:

$$\begin{pmatrix} V_{M_1} \\ V_{M_2} \\ V_{M_3} \\ \vdots \\ V_{M_N} \end{pmatrix} = \hat{A}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} V_{C_{1T}} \\ V_{C_{2T}} \\ V_{C_{3T}} \\ \vdots \\ V_{C_{NT}} \end{pmatrix} = \hat{D}^T \cdot \begin{pmatrix} V_{C_{1T}} \\ V_{C_{2T}} \\ V_{C_{3T}} \\ \vdots \\ V_{C_{NT}} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} I_{C_{1T}} \\ I_{C_{2T}} \\ I_{C_{3T}} \\ \vdots \\ I_{C_{NT}} \end{pmatrix} = \hat{D} \cdot \begin{pmatrix} -I_{M_1} \\ -I_{M_2} \\ -I_{M_3} \\ \vdots \\ -I_{M_N} \end{pmatrix}$$

Si se define la matriz  $\hat{D}$ :

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1N} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{N1} & d_{N2} & \cdots & d_{NN} \end{pmatrix}$$

Mediante las matrices que relacionan parámetros físicos con modales obtenidos en el apartado anterior, se puede escribir la matriz  $\hat{D}$  como:

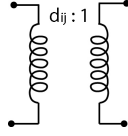
$$\hat{D} = \begin{pmatrix} \frac{1}{X_{01}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{n1}^* \cdot Y_{n1})} & \cdots & \frac{1}{X_{0N}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{nN}^* \cdot Y_{nN})} \\ Y_{11} \cdot \frac{1}{X_{01}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{n1}^* \cdot Y_{n1})} & \cdots & Y_{1N} \cdot \frac{1}{X_{0N}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{nN}^* \cdot Y_{nN})} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{(N-1)1} \cdot \frac{1}{X_{01}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{n1}^* \cdot Y_{n1})} & \cdots & Y_{(N-1)N} \cdot \frac{1}{X_{0N}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{nN}^* \cdot Y_{nN})} \end{pmatrix}$$



Un modelo circuital que cumple todas las anteriores condiciones es un circuito dónde cada uno de los valores de la matriz  $\hat{D}$  es un elemento circuital que se define con la siguiente matriz ABCD:

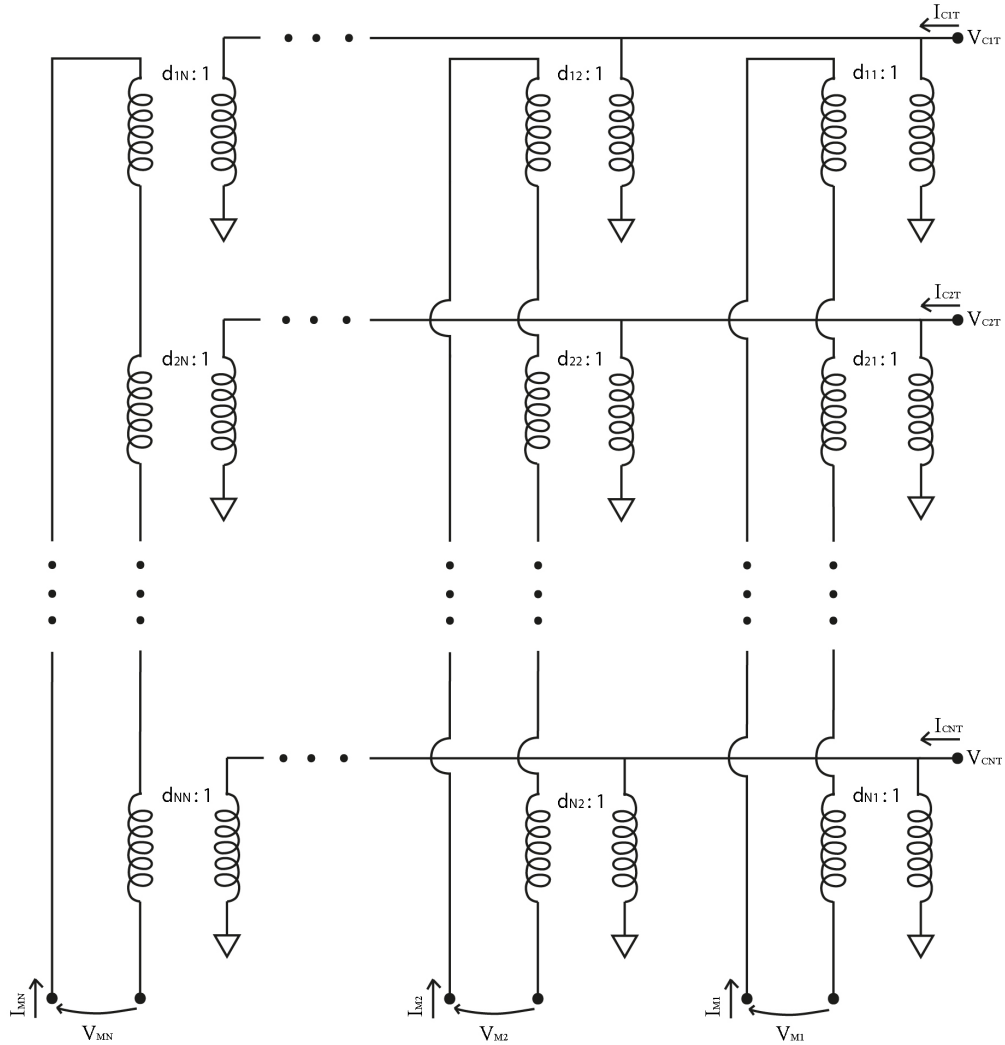
$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{ij} & 0 \\ 0 & 1/d_{ij} \end{pmatrix}$$

Si  $d_{ij} \in \mathbb{R}$ , este elemento circuital es el Transformador ideal. Aunque en este caso  $d_{ij} \in \mathbb{C}$  se utiliza el mismo símbolo (Figura 15) ya que la matriz ABCD es idéntica. Para referirnos a este elemento circuital se le ha puesto el nombre de Transformador complejo.



**Figura 15:** Transformador complejo

Finalmente, en la Figura 16, se puede observar el modelo circuital general que permite relacionar tensiones y corrientes físicas con tensiones y corrientes modales y, por lo tanto, se puede utilizar como etapa de transición entre el ámbito circuital y el modal, y al revés. Este modelo sirve como transición de  $N+1$  conductores (y  $N$  modos) a  $N+1$  conductores desacoplados (con sus terminales de referencia conectados al de la línea multimodal).



**Figura 16:** Modelo circuital general para la etapa de transición

### 2.3. Caso particular: Three-Line Microstrip

Para el caso particular de Three-Line Microstrip (3 conductores superiores y un conductor inferior infinito), se toma como referencia el artículo *On the Analysis of Symmetrical Three-Line Microstrip Circuits* [1]. Este artículo se centra en el análisis de estructuras Three-Line Microstrip simétricas, aunque la parte del artículo que se toma como referencia es aplicable a cualquier sistema Three-Line Microstrip. El autor, a partir de las ecuaciones de línea de transmisión, encuentra los autovalores y autovectores de la matriz que definen el sistema. Los autovalores permiten encontrar las constantes de propagación y, los autovectores, las relaciones entre tensiones y corrientes físicas para cada modo.

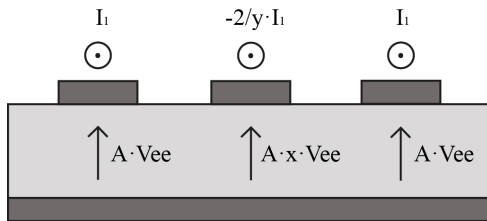
A continuación se presenta la matriz de autovectores, dónde la parte superior muestra la configuración de tensiones físicas y la parte inferior muestra la configuración de corrientes físicas, para cada modo. Los valores están normalizados y, por lo tanto, no representan valores absolutos de tensiones y corrientes físicas, sino la relación que tienen entre ellas.

$$\begin{pmatrix} M_V \\ \hline M_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ -2/y & -2/x & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

A partir de lo anterior, si para cada modo se define la tensión modal como una porción de la tensión física al primer conductor y se impone la restricción de que la potencia propagada sea la misma, se pueden calcular la tensión modal, corriente modal e impedancia característica modal para cada uno de los tres modos: EE, OO y OE.

Para los siguientes análisis se supone que todas las tensiones y corrientes corresponden a ondas progresivas.

#### 2.3.1. Análisis del Modo EE



**Figura 17:** Modo EE

Restricción de potencia:  $V_{ee} \cdot I_{ee}^* = 2 \cdot A \cdot V_{ee} \cdot I_1^* + A \cdot x \cdot V_{ee} \cdot \left(\frac{-2}{y^*} \cdot I_1^*\right)$

Por lo tanto:

$$I_1 = \frac{1}{2 \cdot A^*} \cdot \frac{y}{y - x^*} \cdot I_{ee}$$

$$I_{ee} = 2 \cdot A^* \cdot \frac{y - x^*}{y} \cdot I_1$$

$$Z_{0ee} = \frac{V_{ee}}{I_{ee}} = \frac{\frac{V_1}{A}}{2 \cdot A^* \cdot \frac{y - x^*}{y} \cdot I_1} = \frac{1}{2 \cdot |A|^2} \cdot \frac{y}{y - x^*} \cdot \frac{V_1}{I_1}$$

### 2.3.2. Análisis del Modo OO

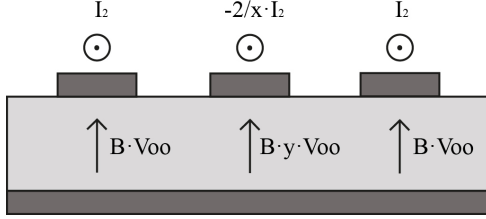


Figura 18: Modo OO

Restricción de potencia:  $V_{oo} \cdot I_{oo}^* = 2 \cdot B \cdot V_{oo} \cdot I_2^* + B \cdot y \cdot V_{oo} \cdot \left(\frac{-2}{x^*} \cdot I_2^*\right)$   
 Por lo tanto:

$$I_2 = \frac{1}{2 \cdot B^*} \cdot \frac{x}{x - y^*} \cdot I_{oo}$$

$$I_{oo} = 2 \cdot B^* \cdot \frac{x - y^*}{x} \cdot I_2$$

$$Z_{0oo} = \frac{V_{oo}}{I_{oo}} = \frac{\frac{V_2}{B}}{2 \cdot B^* \cdot \frac{x - y^*}{x} \cdot I_2} = \frac{1}{2 \cdot |B|^2} \cdot \frac{x}{x - y^*} \cdot \frac{V_2}{I_2}$$

### 2.3.3. Análisis del Modo OE

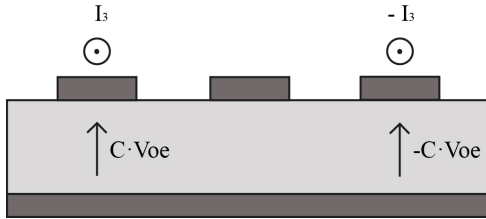


Figura 19: Modo OE

Restricción de potencia:  $V_{oe} \cdot I_{oe}^* = C \cdot V_{oe} \cdot I_3^* - C \cdot V_{oe} \cdot (-I_3^*) = 2 \cdot C \cdot V_{oe} \cdot I_3^*$   
 Por lo tanto:

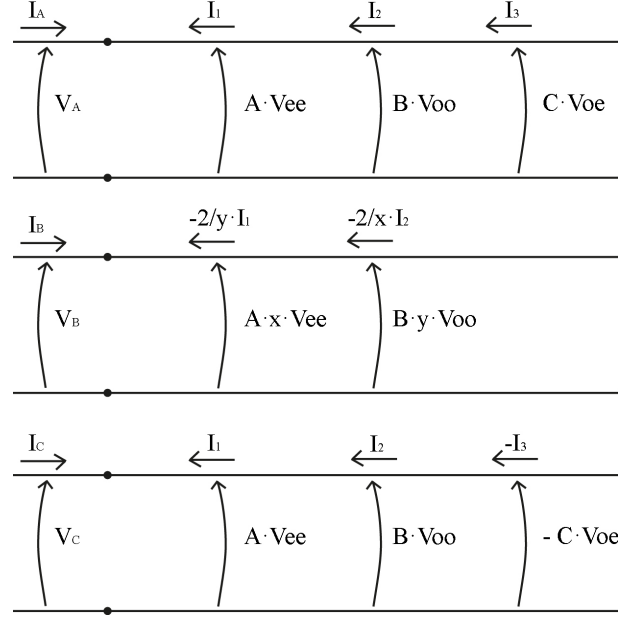
$$I_3 = \frac{1}{2 \cdot C^*} \cdot I_{oe}$$

$$I_{oe} = 2 \cdot C^* \cdot I_3$$

$$Z_{0oe} = \frac{V_{oe}}{I_{oe}} = \frac{\frac{V_3}{C}}{2 \cdot C^* \cdot I_3} = \frac{1}{2|C|^2} \cdot \frac{V_3}{I_3}$$

### 2.3.4. Modelo circuital

En este apartado se diseña un modelo circuital para convertir tensiones y corrientes en los conductores a tensiones y corrientes modales. En la Figura 20 se pueden observar la unión de las tensiones y corrientes que definen cada uno de los tres modos en un mismo modelo circuital, dónde  $V_{A,B,C}$  son las tensiones totales y  $I_{A,B,C}$  son las corrientes totales, para cada uno de los conductores.



**Figura 20:** Tensiones y corrientes para cada conductor

A partir de aplicar las leyes de Kirchhoff al modelo anterior y la restricción de potencia, obtenemos las siguientes relaciones:

$$V_A = A \cdot V_{ee} + B \cdot V_{oo} + C \cdot V_{oe}$$

$$V_B = A \cdot x \cdot V_{ee} + B \cdot y \cdot V_{oo}$$

$$V_C = A \cdot V_{ee} + B \cdot V_{oo} - C \cdot V_{oe}$$

$$-I_A = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{1}{2 \cdot A^*} \cdot \frac{y}{y - x^*} \cdot I_{ee} + \frac{1}{2 \cdot B^*} \cdot \frac{x}{x - y^*} \cdot I_{oo} + \frac{1}{2 \cdot C^*} \cdot I_{oe}$$

$$-I_B = -\frac{2}{y} \cdot I_1 - \frac{2}{x} \cdot I_2 = -\frac{1}{A^* \cdot (y - x^*)} \cdot I_{ee} - \frac{1}{B^* \cdot (x - y^*)} \cdot I_{oo}$$

$$-I_C = I_1 + I_2 - I_3 = \frac{1}{2 \cdot A^*} \cdot \frac{y}{y - x^*} \cdot I_{ee} + \frac{1}{2 \cdot B^*} \cdot \frac{x}{x - y^*} \cdot I_{oo} - \frac{1}{2 \cdot C^*} \cdot I_{oe}$$

Y por lo tanto, la matriz  $\hat{D}$  que define el modelo circuital para la etapa de transición es la siguiente:

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2 \cdot A^*} \cdot \frac{y}{y - x^*} & \frac{1}{2 \cdot B^*} \cdot \frac{x}{x - y^*} & \frac{1}{2 \cdot C^*} \\ -\frac{1}{A^* \cdot (y - x^*)} & -\frac{1}{B^* \cdot (x - y^*)} & 0 \\ \frac{1}{2 \cdot A^*} \cdot \frac{y}{y - x^*} & \frac{1}{2 \cdot B^*} \cdot \frac{x}{x - y^*} & -\frac{1}{2 \cdot C^*} \end{pmatrix}$$

### 3. Procedimiento general de análisis de circuitos

En esta sección se explica detalladamente el proceso de análisis y modelado de circuitos aplicable a cualquier línea de transmisión con  $N+1$  conductores ( $N$  líneas acopladas más un conductor de referencia). Este método ha sido ideado por Miquel Ribó Pal [3] [4] y, en el inicio del proyecto, era funcional para el caso particular de tres líneas microstrip acopladas (el programa necesitaba mejoras ya que trataba las variables como valores reales y no consideraba la posibilidad de números complejos). Durante el transcurso del proyecto se ha completado y generalizado.

Como ya se ha explicado en la introducción, para la aplicación del método se divide el circuito a analizar en los diferentes tramos de líneas acopladas que forman el circuito completo. Si un tramo de líneas acopladas contiene una discontinuidad, se divide el tramo en dos: un tramo desde el inicio hasta la discontinuidad y otro tramo desde la discontinuidad hasta el final.

Una vez dividido el circuito en los diferentes tramos, se modela cada uno de ellos mediante líneas de transmisión modales que definen cada uno de los modos de ese tramo. Las conexiones entre diferentes tramos se hace de forma circuital, por lo tanto, cada tramo tiene que ir precedido de una etapa de transición de circuital a modal, seguido del tramo definido con parámetros modales y, una vez finalizado el tramo, tiene que haber otra etapa de transición de modal a circuital.

El método está dividido en cuatro fases. En la primera fase, se obtienen los parámetros  $S$  que definen el tramo de líneas acopladas a analizar mediante el simulador electromagnético 3D Momentum, incorporado en el software Advanced Design System (ADS). En la segunda fase, mediante los parámetros  $S$  obtenidos en la anterior fase y un programa desarrollado para el software matemático Matlab, se hallan las tensiones físicas, las corrientes físicas y las constantes de propagación físicas, para cada uno de los modos que definen el tramo de líneas acopladas. En la tercera fase, se encuentran, para ese tramo, los parámetros modales a partir de los físicos de la anterior fase y se diseña el modelo circuital que hará de transición entre el ámbito circuital y el ámbito modal (aunque se trate de una fase distinta, todos los valores se obtienen con el programa Matlab utilizado en la fase 2). En el caso de que el circuito tenga más de un tramo de líneas acopladas, se repiten las tres anteriores fases para cada uno de los tramos. Finalmente, se añaden todos los elementos que componen el circuito completo en un esquemático y se comprueba el proceso mediante el simulador circuital también incorporado en ADS.

#### 3.1. Primera fase: Parámetros $S$

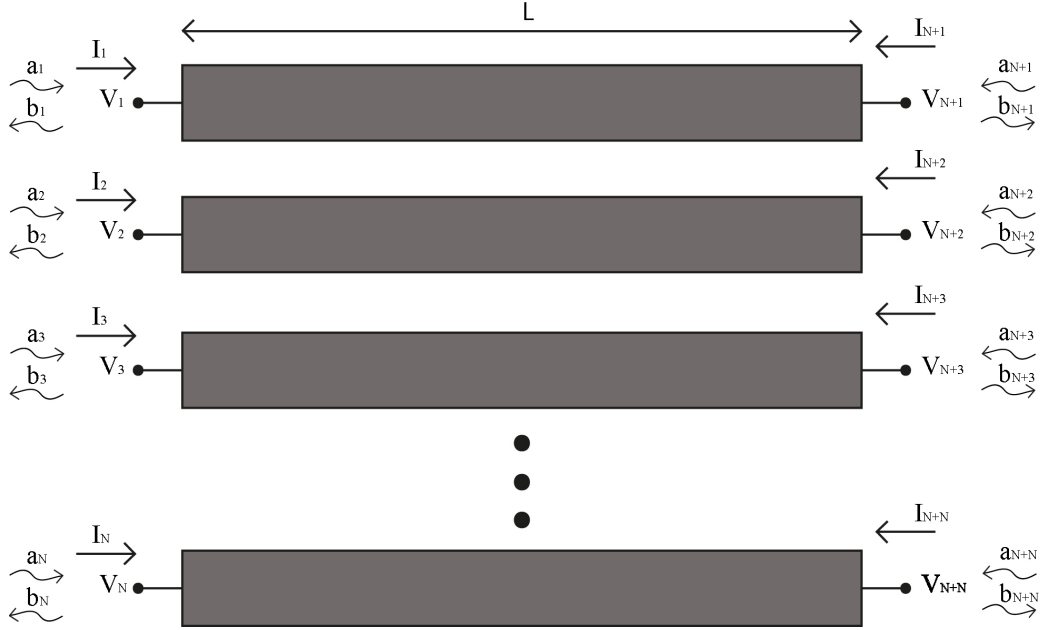
Como se ha comentado anteriormente, para esta fase se utiliza el simulador electromagnético 3D Momentum, incorporado en el software Advanced Design System (ADS), para obtener los parámetros  $S$  que definen el tramo de líneas acopladas a analizar. Así que para empezar, se inicia el simulador. Una vez abierto, se dibuja el tramo de las líneas acopladas, se añaden todos los puertos de entrada y salida, y se configura el sustrato. Para mejorar la precisión de los cálculos se utiliza siempre un sustrato sin pérdidas. Las pérdidas del circuito se pueden añadir a posteriori mediante la constante de atenuación ( $\alpha$ ). Finalmente, se define el rango de frecuencias y se inicia la simulación.

Se ha comprobado empíricamente que existe una frecuencia de corte a baja frecuencia. Esta frecuencia delimita la frecuencia a partir de la cual existen todos los modos de las líneas de transmisión, a una frecuencia inferior sólo existen algunos de ellos. La frecuencia de corte se ha visto que está debajo de los 500 MHz, así que se han realizado todas las simulaciones con una frecuencia inicial de 500 MHz.

El resultado de la simulación se guarda en formato Touchstone, un formato de texto preparado para guardar parámetros  $S$ . También se configura el formato de los datos complejos en parte Real e Imaginaria, las unidades de frecuencia en hercios (Hz), el formato de notación de los datos se deja en Default y la resolución máxima en 9.

### 3.2. Segunda fase: Parámetros físicos asociados a cada modo

En la segunda fase, mediante los parámetros S obtenidos en la anterior fase y un programa desarrollado para el software matemático Matlab, se hallan las tensiones físicas, las corrientes físicas y las constantes de propagación físicas, para cada uno de los modos que definen el tramo de líneas acopladas. Para ello se estudia el modelo general para N+1 conductores (N líneas acopladas más un conductor de referencia). En la Figura 21 se puede observar un tramo de N+1 conductores en un entorno microstrip (N líneas acopladas y un plano de masa inferior infinito):



**Figura 21:** Modelo general para N líneas microstrip acopladas

Considerando todos los puertos con la misma impedancia de referencia  $Z_0$ :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_N \\ b_{N+1} \\ b_{N+2} \\ b_{N+3} \\ \vdots \\ b_{N+N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{S}_{11} & \hat{S}_{12} \\ \hat{S}_{21} & \hat{S}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_N \\ a_{N+1} \\ a_{N+2} \\ a_{N+3} \\ \vdots \\ a_{N+N} \end{pmatrix}$$

dónde  $\hat{S}_{11}, \hat{S}_{12}, \hat{S}_{21}, \hat{S}_{22}$  son matrices NxN

Se definen los siguientes vectores:

$$\hat{b}_1 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} \quad \hat{b}_2 = \begin{pmatrix} b_{N+1} \\ b_{N+2} \\ b_{N+3} \\ \vdots \\ b_{N+N} \end{pmatrix} \quad \hat{a}_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad \hat{a}_2 = \begin{pmatrix} a_{N+1} \\ a_{N+2} \\ a_{N+3} \\ \vdots \\ a_{N+N} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\hat{b}_1 &= \hat{S}_{11} \cdot \hat{a}_1 + \hat{S}_{12} \cdot \hat{a}_2 \\ \hat{b}_2 &= \hat{S}_{21} \cdot \hat{a}_1 + \hat{S}_{22} \cdot \hat{a}_2\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{S}_{21}^{-1} & -\hat{S}_{21}^{-1} \cdot \hat{S}_{22} \\ \hat{S}_{11} \cdot \hat{S}_{21}^{-1} & \hat{S}_{12} - \hat{S}_{11} \cdot \hat{S}_{21}^{-1} \cdot \hat{S}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{b}_2 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}$$

De la teoría de microondas se conocen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}V_i &= \sqrt{Z_0} \cdot (a_i + b_i) & a_i &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{Z_0}} \cdot (V_i + Z_0 \cdot I_i) \\ I_i &= \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot (a_i - b_i) & b_i &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{Z_0}} \cdot (V_i - Z_0 \cdot I_i)\end{aligned}$$

Se definen los siguiente vectores:

$$\hat{V}_1 = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{pmatrix} \quad \hat{V}_2 = \begin{pmatrix} V_{N+1} \\ V_{N+2} \\ \vdots \\ V_{N+N} \end{pmatrix} \quad \hat{I}_1 = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} \quad \hat{I}_2 = \begin{pmatrix} I_{N+1} \\ I_{N+2} \\ \vdots \\ I_{N+N} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \sqrt{Z_0} \cdot I & \sqrt{Z_0} \cdot I \\ \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot I & -\frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot \begin{pmatrix} Z_0 \cdot I & Z_0 \cdot I \\ I & -I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \hat{b}_2 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{Z_0}} \cdot \begin{pmatrix} I & Z_0 \cdot I \\ I & -Z_0 \cdot I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Dónde I indica la matriz identidad NxN.

Ahora ya se puede montar la matriz de parámetros ABCD generalizada:

$$\begin{pmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{1}{2 \cdot Z_0} \cdot \begin{pmatrix} Z_0 \cdot I & Z_0 \cdot I \\ I & -I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{S}_{21}^{-1} & -\hat{S}_{21}^{-1} \cdot \hat{S}_{22} \\ \hat{S}_{11} \cdot \hat{S}_{21}^{-1} & \hat{S}_{12} - \hat{S}_{11} \cdot \hat{S}_{21}^{-1} \cdot \hat{S}_{22} \end{pmatrix}}_{ABCD} \cdot \begin{pmatrix} I & Z_0 \cdot I \\ I & -Z_0 \cdot I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix}$$

Como se ha comentado anteriormente, en un modo la distribución de tensiones y corrientes en los conductores permanece constante durante toda la propagación por la línea de transmisión. En el campo de la álgebra existe un símil, los autovectores. Cuando multiplicamos un autovector por su matriz asociada, obtenemos el mismo autovector escalado por una constante, el autovalor.

Por lo tanto, volviendo al sistema,  $\begin{pmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix}$  será un modo si:

$$\begin{pmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix} = e^{\gamma_M \cdot L} \cdot \begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix}$$

Es decir,  $\begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix}$  es un autovector del sistema con autovalor asociado  $e^{\gamma_M \cdot L}$ .

Cada uno de los autovectores de la matriz ABCD permite conocer la distribución de tensiones y corrientes en los conductores para un modo y el autovalor asociado permite conocer la constante de propagación ( $\gamma_M$ ) para ese modo ( $L$  es la longitud física del tramo de líneas acopladas).

### 3.2.1. Programa en Matlab

Para la ejecución de esta fase y la siguiente se ha creado un programa con el software matemático Matlab. En este apartado se describe la parte del programa que corresponde a hallar las configuraciones físicas para cada modo. Se incluye el código Matlab y las explicaciones de cada uno de los pasos. El código completo se puede encontrar en los anexos.

El programa de Matlab dispone de unas variables para configurar el comportamiento de éste. Mediante el valor '1' o '0' se pueden activar o desactivar cada una de las partes gráficas del programa, y también activar o desactivar la parte de cálculos modales.

```
6 parte_grafica=1; % 1 visualizar/ 0 NO
7 grafiques_cte_prop=1; % 1 visualizar/ 0 NO
8 grafiques_Z_fisica=1; % 1 visualizar/ 0 NO
9 grafiques_V-I_fisiques=1; % 1 visualizar/ 0 NO
10 grafiques_beta=1; % 1 visualizar/ 0 NO
11 grafiques_alfa=1; % 1 visualizar/ 0 NO
12 calculsmodals=1; % 1 realizar calculos / 0 NO
```

Una vez configurado, se inicializan las variables de entrada. La variable  $Z_0$ , la impedancia de referencia, tiene que coincidir con el valor de impedancia utilizado en la especificación de los puertos de la simulación de Momentum. El resto de variables (número de puertos, valores de los parámetros  $X_{0i}$ , longitud física de las líneas acopladas y nombre del fichero Touchstone) se piden al usuario por pantalla.

```
14 % Impedancia de referencia de la simulacion Momentum
15 Zo=50;
16
17 % Pedimos al usuarios que introduzca los parametros de entrada
18
19 % Numero de puertos
20 NM=input('Introdueix nombre ports\n');
21
22 % Porcion de la tension fisica al primer conductor para definir la tension modal
23 entrada=input('Voleu introduir els parametres X0? [S\N]\n','s');
24 if entrada=='S' || entrada == 's'
25     for j=1:NM/2
26         string= '';
27         string= sprintf('Introdueix el parametre Xo%d \n',j);
28         valor=input(string);
29         param.x0(j)=valor;
30     end
31 else
32     param.x0= ones(NM/2,1);
33 end
34
35 % Longitud fisica del tramo de lineas acopladas (en metros)
36 L=input('Introdueix la longitud fisica (en metres)\n');
37 % Nombre del fichero sin extension
38 nomfitxer=input('Introdueix el nom del fitxer (sense extensio)\n','s');
39 extensio=sprintf('.s%dp',NM);
40 nomfitxer=strcat(nomfitxer,extensio);
```

Después, se recoge el fichero Touchstone obtenido con Momentum y se transforma para que Matlab pueda leerlo fácilmente. Se guardan los datos transformados en un nuevo fichero temporal (parametres\_S\_modi.txt).

```
41 fid=fopen(nomfitxer,'r+');
42
43 %% Modificamos el archivo para extraer la cabecera del archivo Touchstone
```



```

44
45 fid2=fopen('parametres.S_modi.txt','w');
46
47 [A,count]=fscanf(fid,'%c',1);
48 while count≠0
49     if (A=='!')
50         posicioultim=ftell(fid);
51     end
52     [A,count]=fscanf(fid,'%c',1);
53 end
54
55 fseek(fid,posicioultim,'bof');
56
57 [A,count]=fscanf(fid,'%f',1);
58 while count≠0
59     fprintf(fid2,'%d',A);
60     fprintf(fid2,'\t');
61
62     for i=1:1:NM*Nm*2
63         A=fscanf(fid,'%f',1);
64         fprintf(fid2,'%f',A);
65         fprintf(fid2,'\t');
66     end
67     fprintf(fid2,'\n');
68     [A,count]=fscanf(fid,'%f',1);
69 end
70
71 fclose(fid);
72 fclose(fid2);

```

Una vez realizada la transformación de los datos, empiezan los cálculos para hallar las configuraciones físicas. Primero se carga el fichero temporal de los datos transformados y se crea un array *f*. El primer valor de este array es cero y en el resto de posiciones se añaden todos los valores de frecuencia de la simulación (en GHz). La primera posición del array tiene que ser cero para poder fijar el valor de la constante de fase ( $\beta$ ) a cero para la frecuencia de 0 Hz y se pueda tomar esa frecuencia como referencia para el unwrap, es decir, para corregir la fase en radianes añadiendo múltiplos de  $2\pi$  en caso de que haya un salto en la fase mayor o igual que  $\pi$ .

```

78 load('parametres.S_modi.txt');
79 par_S=parametres.S_modi;
80
81 mida=size(par_S);
82
83 % Generamos un vector de frecuencias que empiece a f = 0
84 f(2:(mida(1)+1))=(par_S(:,1)')*1e-9;
85 f(1)=0; % f=0 para que la fase de las betas empiece a cero y se pueda hacer ...
      el unwrap

```

Entonces, se crea un bucle para recorrer todas las frecuencias de la simulación.

```

89 for ff=1:(mida(1))

```

Una vez dentro del bucle, para cada valor de frecuencia, se forma la matriz de parámetros *S*. A partir de ésta, se sigue el procedimiento explicado anteriormente para encontrar la matriz de parámetros ABCD.

```

90     % Contruccion de la matriz de parametros S
91
92     for ii=1:Nm;
93         for jj=1:Nm;
94             S(ii,jj)=par_S(ff,1+2*(ii-1)*Nm+2*jj-1)+...

```

```

95         li*par_S(ff,1+2*(ii-1)*NM+2*jj);
96     end;
97 end;
98
99 % Construccion de la matriz de parametros ABCD generalizada
100 S11=S(1:NM/2,1:NM/2);
101 S12=S(1:NM/2,NM/2+1:NM);
102 S21=S(NM/2+1:NM,1:NM/2);
103 S22=S(NM/2+1:NM,NM/2+1:NM);
104
105 Iden=eye(NM/2);
106
107 Matriu1(1:NM/2,1:NM/2)=Zo*Iden;
108 Matriu1(1:NM/2,NM/2+1:NM)=Zo*Iden;
109 Matriu1(NM/2+1:NM,1:NM/2)=Iden;
110 Matriu1(NM/2+1:NM,NM/2+1:NM)=-Iden;
111
112 Matriu2(1:NM/2,1:NM/2)=inv(S21);
113 Matriu2(1:NM/2,NM/2+1:NM)=-inv(S21)*S22;
114 Matriu2(NM/2+1:NM,1:NM/2)=S11/S21;
115 Matriu2(NM/2+1:NM,NM/2+1:NM)=S12-S11/S21*S22;
116
117 Matriu3(1:NM/2,1:NM/2)=Iden;
118 Matriu3(1:NM/2,NM/2+1:NM)=Zo*Iden;
119 Matriu3(NM/2+1:NM,1:NM/2)=Iden;
120 Matriu3(NM/2+1:NM,NM/2+1:NM)=-Zo*Iden;
121
122
123 gABCD=(1/(2*Zo))*Matriu1*Matriu2*Matriu3;

```

Cuando ya se tiene la matriz ABCD, se calculan los autovectores y autovalores. Los autovectores se guardan en la matriz W y los autovalores en la matriz D.

```

125 % Hallamos los autovalores y autovectores
126 [W,D] = eig(gABCD);
127
128
129
130 % Los autovalores y autovectores van en parejas. Para cada modo existe un ...
    autovalor exp(-gamma*l) que corresponde a z crecientes y otro ...
    autovalor exp(gamma*l) que corresponde a z decrecientes, con sus ...
    respectivos autovectores. Los dos autovectores tienen los mismos ...
    valores para los componentes de tension y los mismos valores con ...
    signo cambiado para los componentes de corriente.

```

En este punto del código se hace una distinción en función de si el programa está en la primera frecuencia de la simulación o no. Si está en la primera frecuencia, se busca en la matriz de autovectores todos los que tengan un autovalor asociado con la constante de fase ( $\beta$ ) positiva, es decir, correspondientes a propagación hacia z decrecientes. Los autovalores contienen la constante de propagación del modo ( $e^{\pm\gamma_M \cdot L}$ ). Si a los autovalores se le aplica el logaritmo neperiano se obtiene la constante de propagación ( $\gamma = \alpha + j \cdot \beta$ ) multiplicada por la longitud física (L). Por lo tanto, la constante de fase ( $\beta$ ) es la parte imaginaria del logaritmo neperiano del autovalor dividida por la longitud física. Cada uno de los autovectores hallados, que definen cada uno de los modos, se guardan en un array para tener como referencia en las siguientes frecuencias.

```

133 %% Si es la primera frecuencia
134
135 % Identificamos los autovectores y autovalores correspondientes a la ...
    propagacion hacia z decrecientes y los guardamos en un array
136
137 if(ff==1)
138

```

```

139     vectorMode=zeros (NM,NM/2);
140     posMode=zeros (NM/2,1);
141     k=1;
142     for j=1:N
143         % Nos quedamos con las betas positivas
144         if (imag (log (D (j, j)) /L)>0)
145             % Nos guardamos los autovectores
146             vectorMode (:,k)=W (:, j);
147             posMode (k)=j;
148             k=k+1;
149         end
150     end
151
152 end

```

Si no es la primera frecuencia, se busca, para cada autovector de referencia, qué autovector de la matriz  $W$  tiene menos distancia a éste, es decir, corresponde al mismo modo y a la misma dirección de propagación.

```

154     %% Si no es la primera frecuencia hay que hallar la posicion en la que se ...
155     encuentra cada modo
156
157     if (ff≠1)
158         posMode=zeros (NM/2,1);
159         % Medimos la distancia entre los autovectores en esta frecuencia ...
160         respecto los autovectores guardados.
161         for j=1:N/2
162             temp=zeros (NM,1);
163             for k=1:N
164                 temp (k)=sum (abs ( (W (:,k) /W (NM/2+1,k)) -vectorMode (:,j) /...
165                     vectorMode (NM/2+1, j) ));
166             end
167             % Asociamos al modo j el autovector con menos distancia a este.
168             tempMode= find (temp==min (temp));
169             posMode (j)=tempMode (1);
170         end
171     end

```

Una vez encontrados los autovectores que definen cada uno de los modos, indistintamente de la frecuencia en que esté el programa, se guardan los valores de tensión física normalizada, corriente física normalizada, constante de fase ( $\beta$ ) física y constante de atenuación ( $\alpha$ ) física. Todos los valores de tensión y corriente están normalizados respecto la tensión en el primer conductor. En este paso también se hace el unwrap de las constantes de fase ( $\beta$ ).

```

172     %% Guardamos los valores de tension fisica, corriente fisica, beta fisica ...
173     y alfa fisica. Todas las tensiones y corrientes estan normalizadas ...
174     respecto la tension del primer conductor.
175
176     for j=1:N/2
177         Vc (ff, 1+ (j-1) *NM/2)=1;
178         for k=1:N/2
179             Vc (ff, k+ (j-1) *NM/2)=W (k, posMode (j)) /W (1, posMode (j));
180             Ic (ff, k+ (j-1) *NM/2)=W (k+NM/2, posMode (j)) /W (1, posMode (j));
181         end
182
183         % Nos aseguramos que para f=0 la Bm sea cero. Esto es necesario para ...
184         hacer un unwrap de Bm
185         Bm (1, j)=0;
186         Bm (ff+1, j)=imag (log (D (posMode (j), posMode (j)) /L));
187         Bm (:, j)=unwrap (Bm (:, j) *L) /L;
188         alfa (ff, j)=real (log (D (posMode (j), posMode (j)) /L));
189     end

```

Entonces se calculan las constantes de proporcionalidad entre tensión física en el primer conductor y tensión física en el resto y entre corriente física en el primer conductor y corriente física en el resto. Los resultados están agrupados en bloques de  $(NM/2-1)*2$  posiciones, donde  $NM/2$  son el número de modos del sistema. Cada bloque contiene las constantes de proporcionalidad de tensión y corriente para cada modo. En las primeras  $(NM/2)-1$  posiciones de cada bloque se guardan las constantes de tensión y en las  $(NM/2)-1$  siguientes, las constantes de corriente. Cada una de estas constantes de proporcionalidad son la media de las distintas proporciones a lo largo de todas las frecuencias de simulación.

```

193 % Calculamos las constantes de proporcionalidad entre tensiones fisicas y ...
    corrientes fisicas del primer conductor y los otros
194
195 param_prop=zeros( (NM/2-1)*2*(NM/2),1);
196 for j=1:N/2
197     for k=1:N/2-1
198         % Parte de tension
199         y=( (Vc(:,k+1+(j-1)*NM/2)') ./ (Vc(:,1+(j-1)*NM/2)') );
200         % Sacamos del array posibles infinitos
201         [repitencia]=find(isnan(y));
202         y(repitencia)=[];
203         param_prop(k+(j-1)*( (NM/2-1)*2 ))=mean(y);
204
205         % Parte de corriente
206         y=( (Ic(:,k+1+(j-1)*NM/2)') ./ (Ic(:,1+(j-1)*NM/2)') );
207         % Sacamos del array posibles infinitos
208         [repitencia]=find(isnan(y));
209         y(repitencia)=[];
210         param_prop(k+(NM/2-1)+(j-1)*( (NM/2-1)*2 ))=mean(y);
211     end
212 end
213 param_prop

```

También se calcula la impedancia física del primer conductor para cada modo. Las impedancias físicas finales son la media entre las diferentes impedancias físicas a lo largo de todas las frecuencias de simulación.

```

216 % Calculamos los valores medios de Z fisicas del primer conductor para cada modo
217
218 Z=zeros(NM/2,1);
219 for j=1:N/2
220     y=(Vc(:,1+(j-1)*NM/2)') ./ Ic(:,1+(j-1)*NM/2)');
221     % Sacamos del array posibles infinitos
222     [repitencia]=find(isnan(y));
223     y(repitencia)=[];
224     Z(j)=mean(y);
225
226 end
227 Z

```

Finalmente, se encuentra la parte gráfica. Esta parte del código se encarga de dibujar las gráficas de tensiones físicas y corriente físicas normalizadas respecto la tensión en el primer conductor para cada conductor, las gráficas de las constantes de proporcionalidad entre tensión física en el primer conductor y tensión física en el resto y entre corriente física en el primer conductor y corriente física en el resto, las gráficas de impedancia física en el primer conductor, las gráficas de las constantes de fase ( $\beta$ ) y las gráficas de las constantes de atenuación ( $\alpha$ ). El código de esta parte se puede encontrar en los anexos.

### 3.3. Tercera fase: Parámetros modales y modelo circuital

El objetivo de esta fase es encontrar, para el tramo analizado, los parámetros modales a partir de los físicos de la anterior fase y diseñar el modelo circuital que hará de transición entre el ámbito circuital y el modal. Estos valores son obtenidos mediante un programa desarrollado para el software matemático Matlab. Recordar que la constante de propagación física coincide con la modal, además, para definir una línea de transmisión modal no son necesarios ni la tensión modal ni la corriente modal, sino la relación entre ambos, la impedancia característica modal.

En el caso de que el circuito tenga más de un tramo de líneas acopladas, se repiten las fases uno, dos y tres para cada uno de los tramos.

#### 3.3.1. Programa en Matlab

El programa Matlab utilizado para esta fase es el mismo que se utiliza para la fase anterior. En este apartado se describe la parte del programa que se encarga de encontrar las impedancias características modales para cada modo y la matriz  $\hat{D}$  que define el modelo circuital utilizado como transición entre el ámbito circuital y el modal.

Durante todo el proyecto, el programa Matlab se configura para que la tensión modal para cada modo sea igual a la tensión física en el primer conductor para ese modo, es decir, todos los parámetros  $X_{0i}$  con valor uno (el valor por defecto si no se desea introducir valores).

En la ejecución del programa, primero se calculan las impedancias características modales mediante la relación:

$$Z_{M_i} = \frac{V_{M_i}}{I_{M_i}} = \frac{1}{|X_{0i}|^2 \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{ni}^* \cdot Y_{ni})} \cdot \frac{V_{C_{1i}}}{I_{C_{1i}}} = \frac{1}{|X_{0i}|^2 \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{ni}^* \cdot Y_{ni})} \cdot Z_{C_{1i}}$$

Como impedancia física del primer conductor ( $Z_{C_{1i}}$ ) se utiliza la media de las impedancias físicas a lo largo de todas las frecuencias.

```

428     %% Valores medios de las impedancias caracteristicas modales
429
430     Z_M=zeros (NM/2,1) ;
431     for j=1:NM/2
432         producteParam=1;
433         for k=1:NM/2-1
434             producteParam=producteParam+conj (param_prop (k+(j-1) * ((NM/2-1) *2))) *...
435                 param_prop (k+(NM/2-1)+(j-1) * ((NM/2-1) *2)) ;
436         end
437         Z_M (j) =Z (j) *1/ (param_x0 (j) *conj (param_x0 (j)) *producteParam) ;
438     end
439     Z_M

```

Finalmente, se calculan los valores de la matriz  $\hat{D}$  mediante la relación:

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} \frac{1}{X_{01}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{n1}^* \cdot Y_{n1})} & \cdots & \frac{1}{X_{0N}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{nN}^* \cdot Y_{nN})} \\ Y_{11} \cdot \frac{1}{X_{01}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{n1}^* \cdot Y_{n1})} & \cdots & Y_{1N} \cdot \frac{1}{X_{0N}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{nN}^* \cdot Y_{nN})} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{(N-1)1} \cdot \frac{1}{X_{01}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{n1}^* \cdot Y_{n1})} & \cdots & Y_{(N-1)N} \cdot \frac{1}{X_{0N}^* \cdot (1 + \sum_{n=1}^{N-1} X_{nN}^* \cdot Y_{nN})} \end{pmatrix}$$

```

442     %% Calculo de los valores de la matriz D

```

```

443     D=zeros (NM/2,NM/2) ;
444     for j=1:NM/2
445         producteParam=1;
446         for k=1:NM/2-1
447             producteParam=producteParam+conj (param_prop (k+(j-1)*((NM/2-1)*2))) * ...
448                 param_prop (k+(NM/2-1)+(j-1)*((NM/2-1)*2)) ;
449         end
450         n=1;
451         D (n,j)=1/(conj (param_x0 (j))*producteParam) ;
452         for n=1:NM/2-1
453             D (n+1,j)=(1/(conj (param_x0 (j))*producteParam)) * ...
454                 *param_prop (n+(NM/2-1)+(j-1)*((NM/2-1)*2)) ;
455         end
456     end
457     D

```

Recordar que cada uno de los valores  $d_{ij}$  de la matriz  $\hat{D}$  sirven para definir cada uno de los transformadores complejos de los que se compone el modelo circuital de la etapa de transición.

### 3.4. Cuarta fase: Circuito completo

En esta fase se dibujan todos los elementos que componen el circuito completo en un esquemático para poder comprobar todo el proceso mediante el simulador circuital incorporado en ADS.

Los parámetros modales obtenidos para cada uno de los tramos de líneas acopladas, sirven para definir las líneas de transmisión modales para ese tramo. Cada una de las líneas modales se describe mediante los parámetros ABCD de una línea de transmisión:

$$\begin{aligned}
 A &= \cosh(\gamma_M \cdot L) \\
 B &= Z_M \cdot \sinh(\gamma_M \cdot L) \\
 C &= (1/Z_M) \cdot \sinh(\gamma_M \cdot L) \\
 D &= \cosh(\gamma_M \cdot L)
 \end{aligned}$$

dónde  $Z_M$  es la impedancia modal,  $\gamma_M$  es la constante de propagación modal y  $L$  es la longitud física del tramo de líneas acopladas.

Una vez dibujados los tramos de líneas acopladas mediante las líneas de transmisión modales, hay que tener en cuenta que todas las conexiones deben hacerse circuitalmente, es decir, cada tramo tiene que ir precedido de una etapa de transición de circuital a modal definida con la matriz  $\hat{D}$  para ese tramo, seguido del tramo definido con parámetros modales y, una vez finalizado el tramo, tiene que haber otra etapa de transición de modal a circuital, también definida con la matriz  $\hat{D}$  para ese tramo.

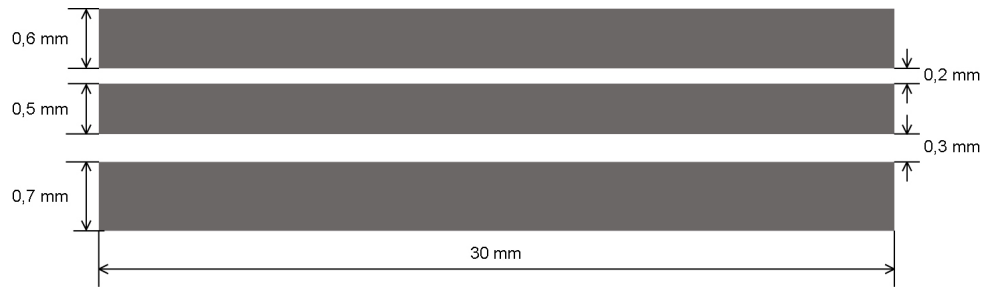
En definitiva, este método permite definir los tramos de líneas acopladas de un circuito mediante parámetros modales y, al mismo tiempo, tratar las discontinuidades que éste pueda tener de forma circuital mediante etapas de transición.

Una vez dibujados todos los tramos de líneas acopladas y todas las etapas de transición necesarias, se añaden los puertos de entrada y salida para la simulación y se comprueba todo el proceso.

### 3.5. Ejemplo: Three-Line Microstrip

En este apartado se muestra un ejemplo sobre el procedimiento descrito en los apartados anteriores. El circuito a diseñar es un circuito formado por tres líneas microstrip acopladas con un plano de masa infinito. Las dimensiones del circuito se pueden ver en la Figura 22:

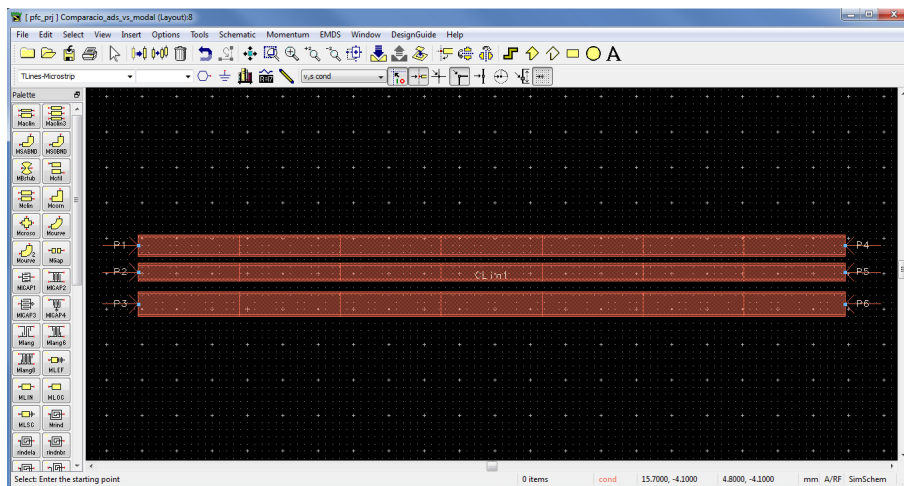
Se inicia el simulador electromagnético Momentum y se dibujan las líneas acopladas con una longitud de 20 mm, ya que los parámetros modales tienen que ser independientes de la longitud



**Figura 22:** Dimensiones circuito completo

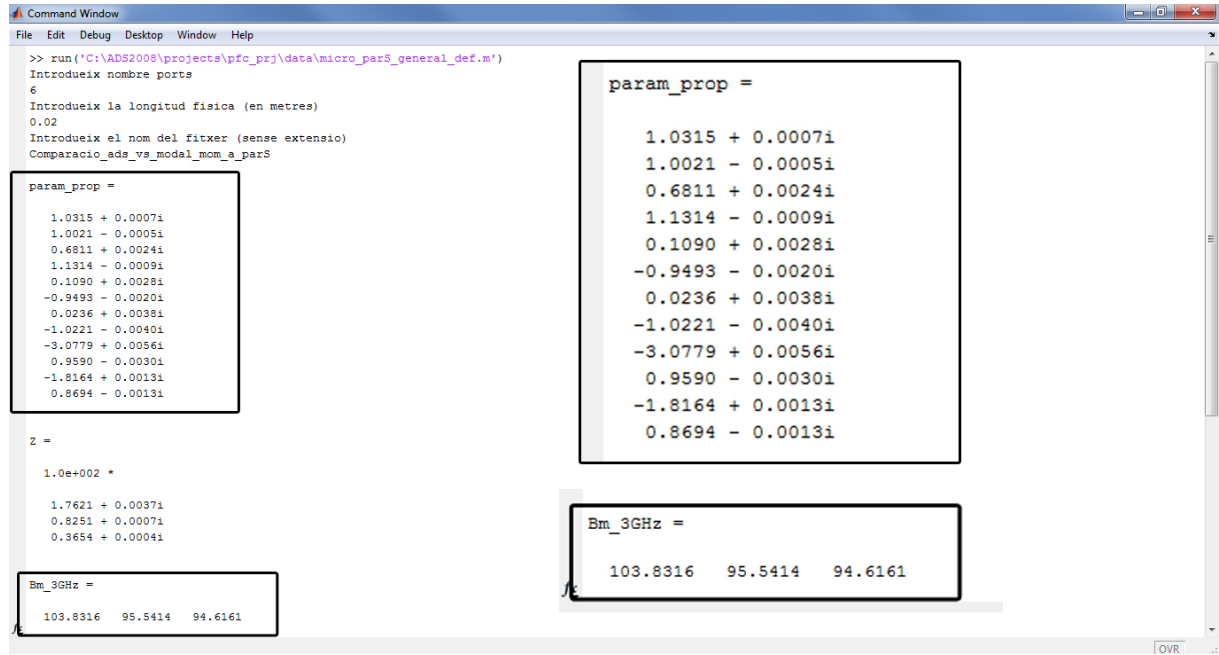
de las líneas. Luego modificamos el sustrato. El sustrato utilizado es un Rogers4003c al que se le han quitado las pérdidas ( $\epsilon_r = 3.55$  F/m; Tangente de pérdidas=0; Altura del dieléctrico=1.52 mm; Altura del conductor= $17 \mu m$ ; Conductividad = conductor perfecto). También se añade el plano de masa infinito. Por lo tanto, la simulación contiene tres capas de sustrato. La primera es un medio abierto, el aire, en la segunda está el sustrato Rogers4003c y la tercera es un medio cerrado, el plano de masa infinito. Después, se añaden los puertos con una impedancia de referencia de  $50 \Omega$ . Finalmente, se define el rango de frecuencias de la simulación: se inicia a 500 MHz, debido a la frecuencia de corte, y se finaliza a 3 GHz, una frecuencia suficientemente alta para ver el correcto funcionamiento del método.

El dibujo del circuito completo puede observarse en la Figura 23.



**Figura 23:** Circuito completo en Momentum

Una vez simulado, se obtiene el fichero Touchstone. Ahora se inicia el software matemático Matlab y se ejecuta el programa creado. El programa devuelve todos los valores necesarios para los siguientes pasos. En la Figura 24 se pueden ver algunos de ellos.



**Figura 24:** Resultados Matlab

En este punto se puede comprobar que el método modal coincide con el artículo de Vijai K. Tripathi [1]. Para comprobar las constantes de proporcionalidad, éstas se escriben de forma vectorial y en el mismo orden que en el artículo. Además, se define la  $x = 1,03$  y la  $y = -3,07$ .

$$\begin{pmatrix} M_V \\ M_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1,03 & -3,07 & 0,1 \\ 1 & 0,95 & -0,94 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0,68 & -1,81 & 0,02 \\ 1,13 & 0,86 & -1,02 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} M_V \\ M_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2/y & -2/x & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

También se comprueba la matriz  $\hat{D}$  (los valores de  $x$  e  $y$  siguen siendo los mismos y los parámetros A, B y C son igual a 1):

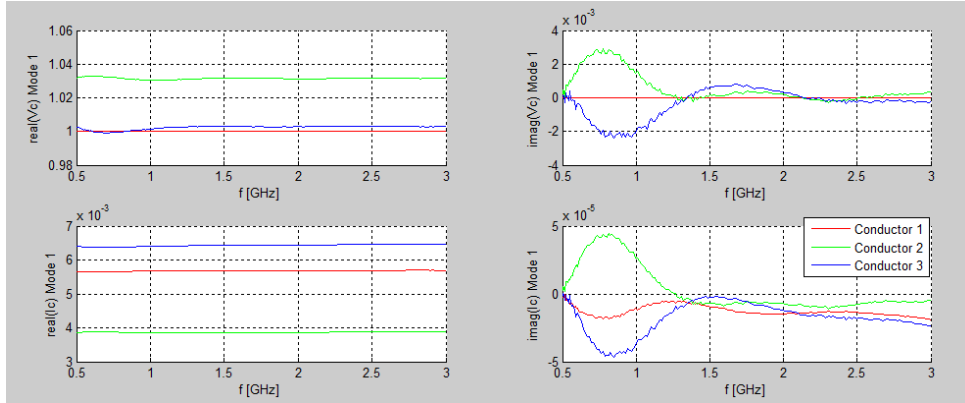
$$\hat{D} = \begin{pmatrix} 0,35 & 0,13 & 0,50 \\ 0,24 & -0,24 & 0,01 \\ 0,39 & 0,11 & -0,51 \end{pmatrix} \quad \hat{D} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{y-x^*} & \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{x-y^*} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{y-x^*} & -\frac{1}{x-y^*} & 0 \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{y-x^*} & \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{x-y^*} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, se comprueba que, teniendo en cuenta un pequeño error, todos los valores coinciden con los valores teóricos esperados.

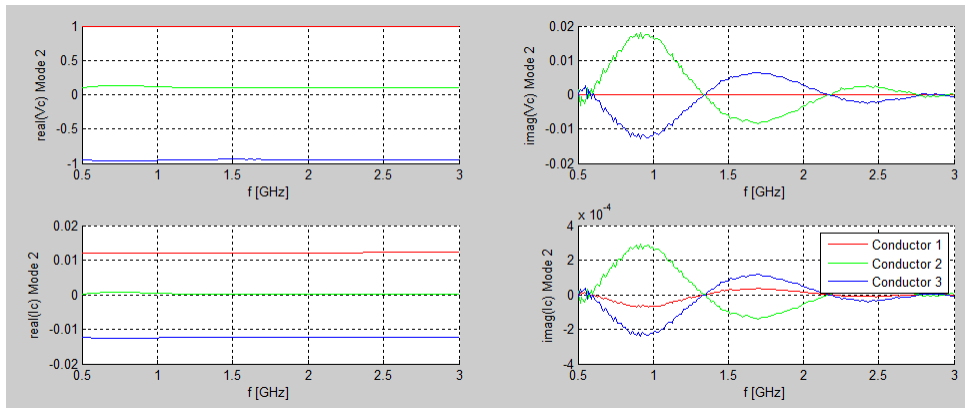


A continuación se presentan los resultados gráficos que devuelve el programa de Matlab. Se pueden observar las gráficas de las tensiones y corrientes físicas normalizadas respecto la tensión en el primer conductor para cada modo (Figuras 25, 26 y 27), la evolución de las constantes de proporcionalidad (Figuras 28, 29 y 30), la impedancia física del primer conductor para cada modo (Figura 31), la constante de fase ( $\beta$ ) para cada modo (Figura 32) y la constante de atenuación ( $\alpha$ ) para cada modo (Figura 33), a lo largo de las diferentes frecuencias de la simulación.

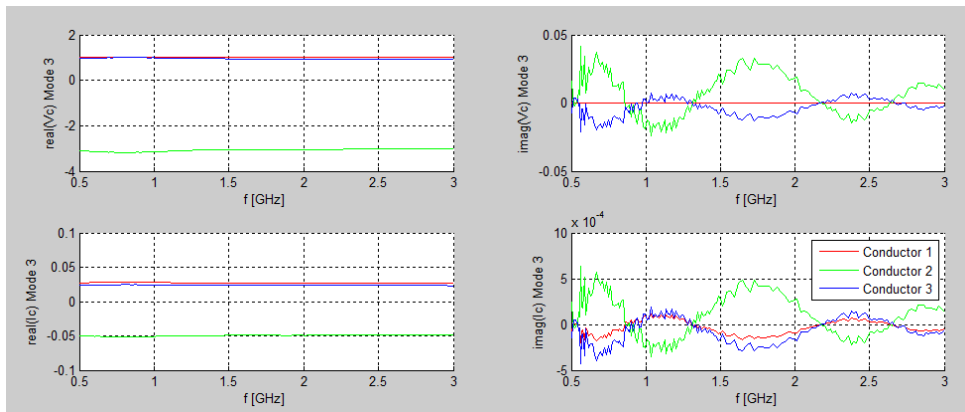
La distribución de tensiones y corrientes de la Figura 25 (Modo 1) se puede asociar con el modo EE, ya que se puede ver que sigue la distribución de la Figura 17. La distribución de tensiones y corrientes de la Figura 26 (Modo 2) se puede asociar con el modo OE, ya que sigue la distribución de la Figura 19. Por último, la distribución de tensiones y corrientes de la Figura 27 (Modo 3) se puede asociar al modo OO, ya que sigue la distribución de la Figura 18.



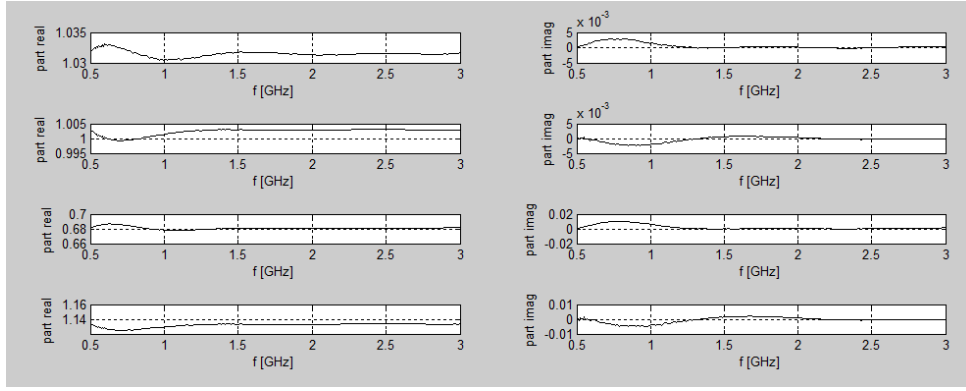
**Figura 25:** Corrientes y tensiones físicas normalizadas para el Modo 1 (Modo EE)



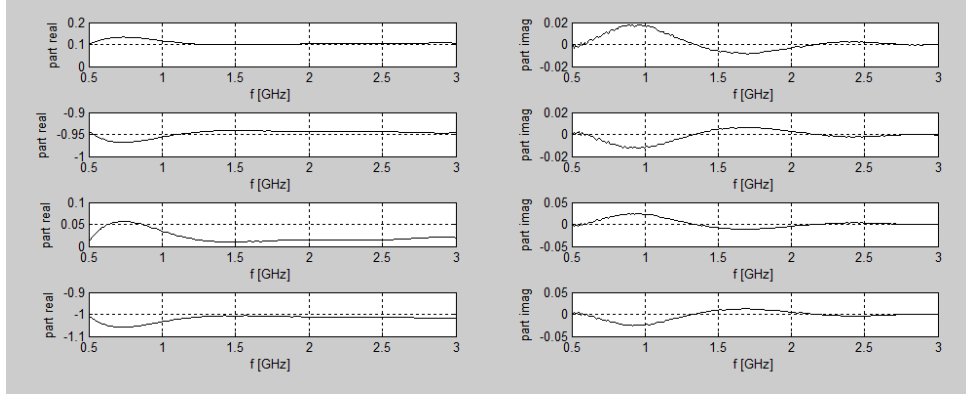
**Figura 26:** Corrientes y tensiones físicas normalizadas para el Modo 2 (Modo OE)



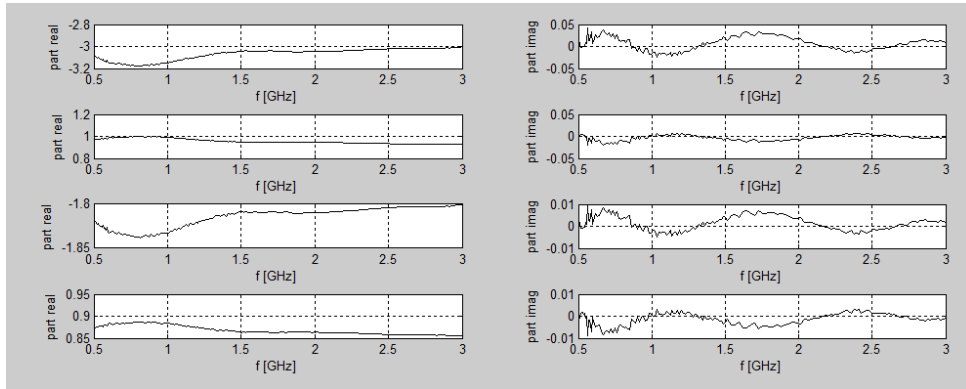
**Figura 27:** Corrientes y tensiones físicas normalizadas para el Modo 3 (Modo OO)



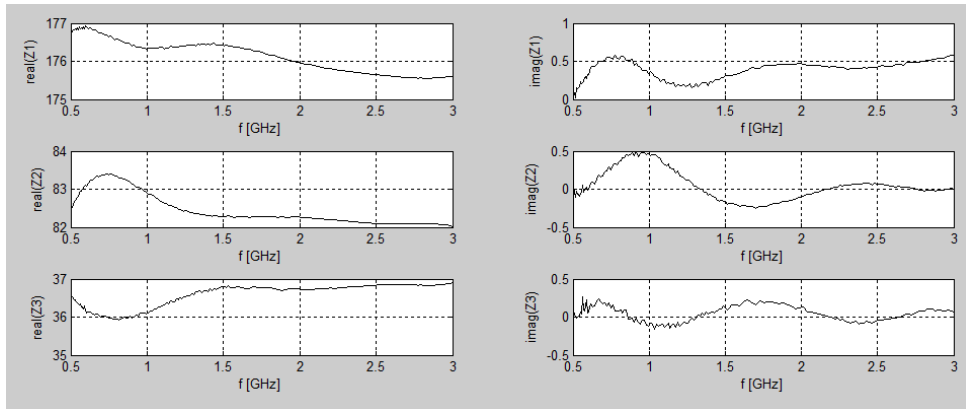
**Figura 28:** Constantes de proporcionalidad para el Modo 1 (Modo EE)



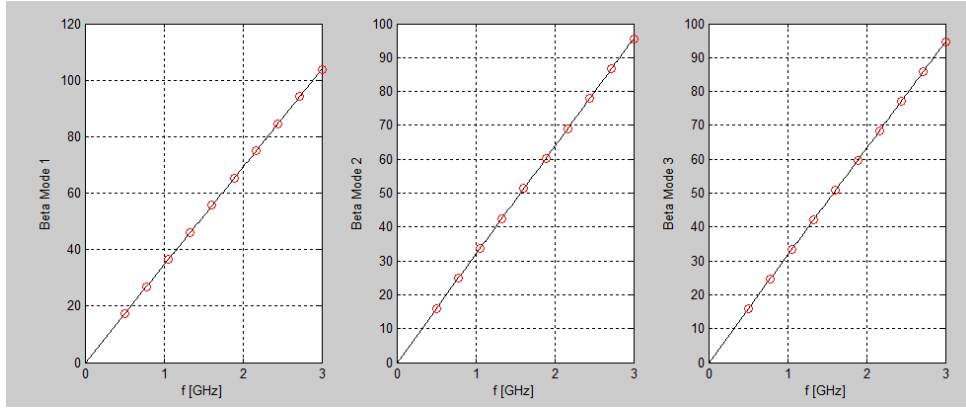
**Figura 29:** Constantes de proporcionalidad para el Modo 2 (Modo OE)



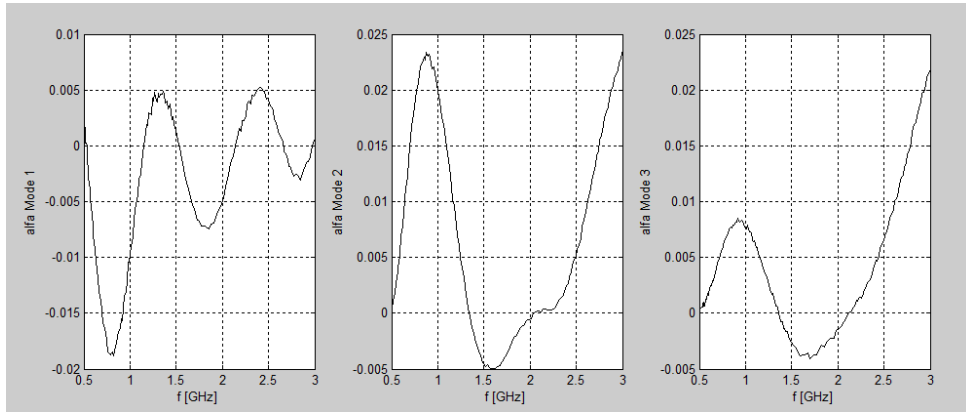
**Figura 30:** Constantes de proporcionalidad para el Modo 3 (Modo OO)



**Figura 31:** Impedancia física del primer conductor para cada modo

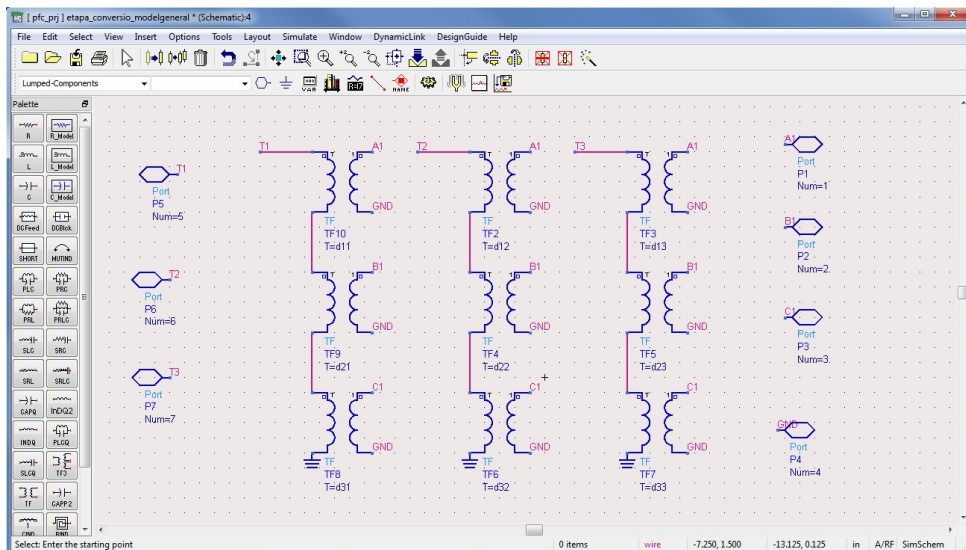


**Figura 32:** Constante de fase ( $\beta$ ) para cada modo



**Figura 33:** Constante de atenuación ( $\alpha$ ) para cada modo

Así que es el momento de abrir un nuevo esquemático en ADS y empezar a dibujar el circuito completo. Primero se diseña la etapa de transición de modal a circuital. Como hay 3 modos, la etapa de transición estará formada por 9 transformadores complejos (3x3), cada uno con un valor de la matriz  $\hat{D}$  obtenida con Matlab. A este modelo se le añaden tres puertos para el ámbito modal y 4 puertos para el ámbito circuital. Cada uno de los puertos del ámbito modal sirve para conectar un modo. De los puertos del ámbito circuital, tres enlazan cada una de las líneas microstrip y el otro la masa de referencia. De todo este modelo se crea un nuevo componente circuital llamado etapa de transición (Figura 34).



**Figura 34:** Etapa de transición

Una vez creada la etapa de transición, se pasa a construir el circuito completo (Figura 35). Como este circuito no tiene ninguna discontinuidad, sólo hará falta dos etapas de transición (encuadradas en verde en la Figura 35). En medio de las dos etapas de transición se han añadido las tres líneas modales con la longitud de las líneas físicas (30 mm), las impedancias modales y las constantes de fase ( $\beta$ ). La constante de atenuación ( $\alpha$ ) se ha dejado en cero ya que el circuito está simulado sin pérdidas.

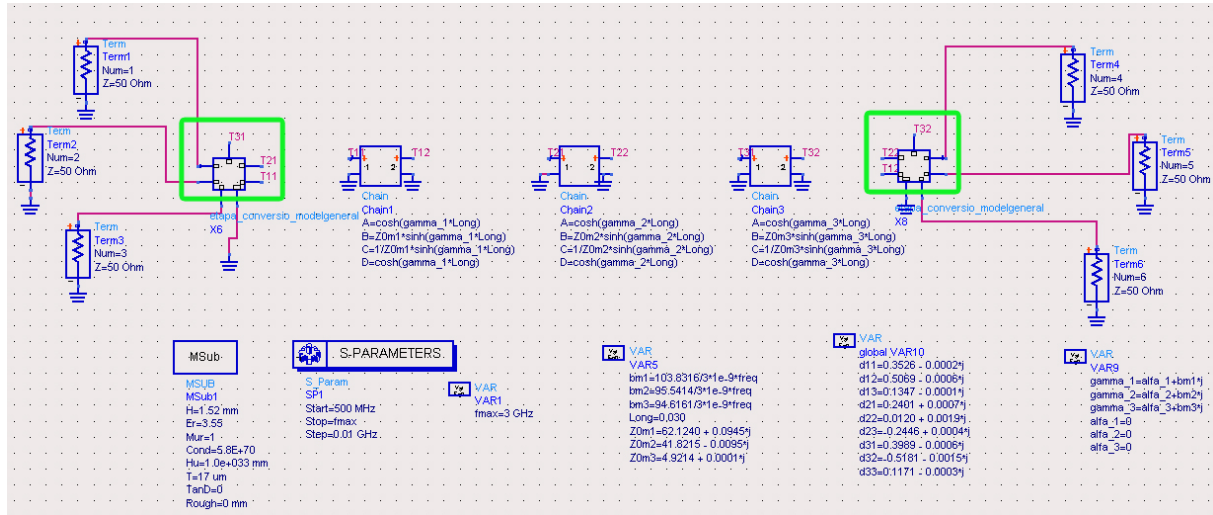


Figura 35: Circuito completo

Finalmente, se añaden al esquemático dos circuitos más (Figura 36). Uno para comparar el método modal con la simulación Momentum, mediante un fichero Dataset que contiene todos los datos de la simulación Momentum, y el otro para compararlo con el diseño circuital de tres líneas acopladas que lleva incorporado ADS.

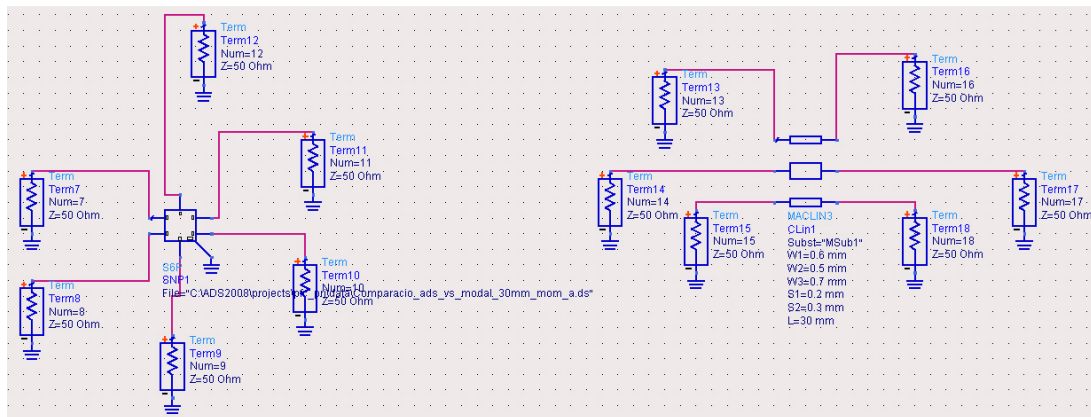


Figura 36: Circuitos comparación

A continuación se presentan las gráficas de los parámetros S de la simulación de los tres circuitos (Figuras 37, 38, 39, 40 y 41). La línea roja representa la simulación del método modal, la línea azul representa la simulación con Momentum y la línea rosa representa la simulación del diseño circuital.

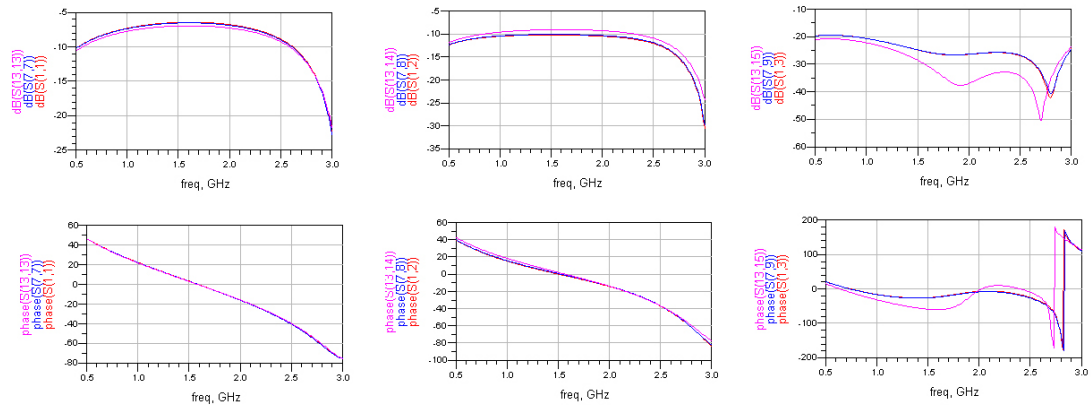


Figura 37: Parámetros  $S_{11}$ ,  $S_{12}$  y  $S_{13}$

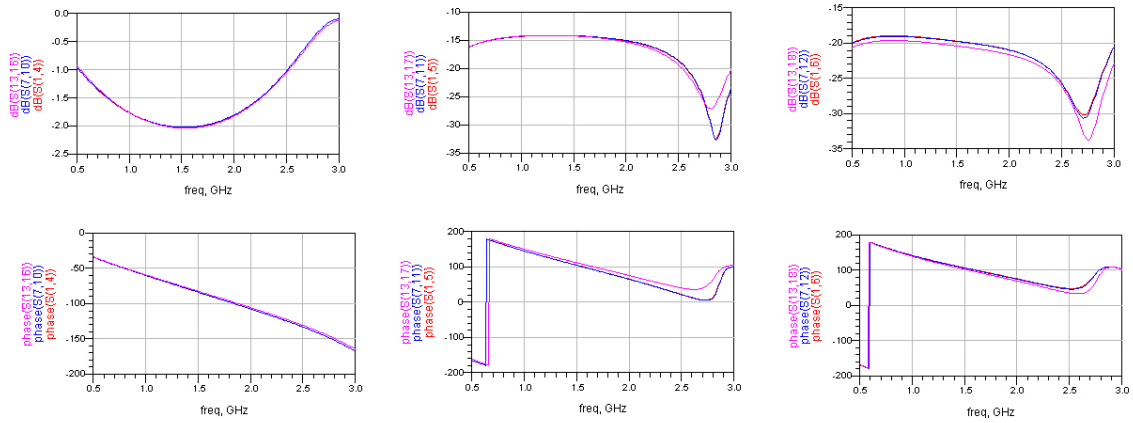


Figura 38: Parámetros  $S_{14}$ ,  $S_{15}$  y  $S_{16}$

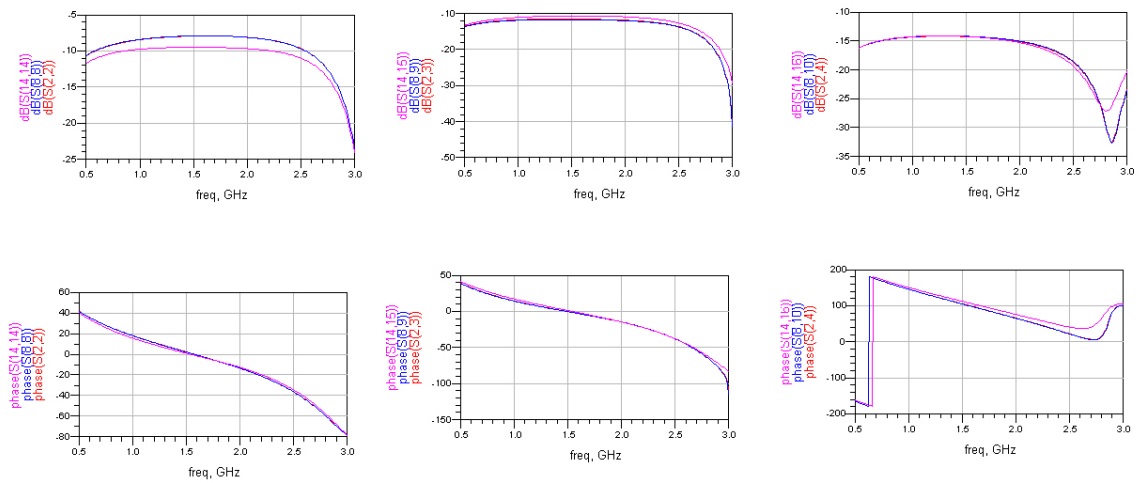


Figura 39: Parámetros  $S_{22}$ ,  $S_{23}$  y  $S_{24}$

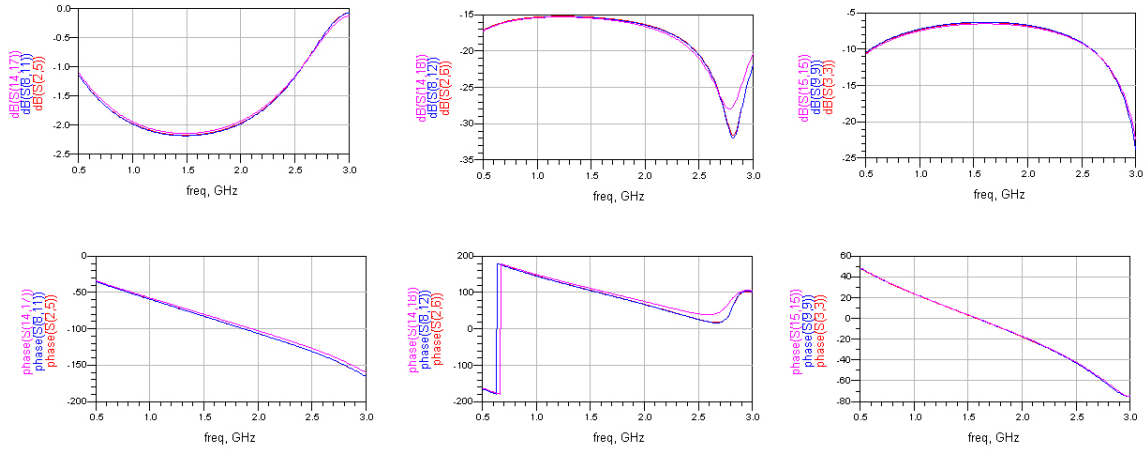


Figura 40: Parámetros  $S_{25}$ ,  $S_{26}$  y  $S_{33}$

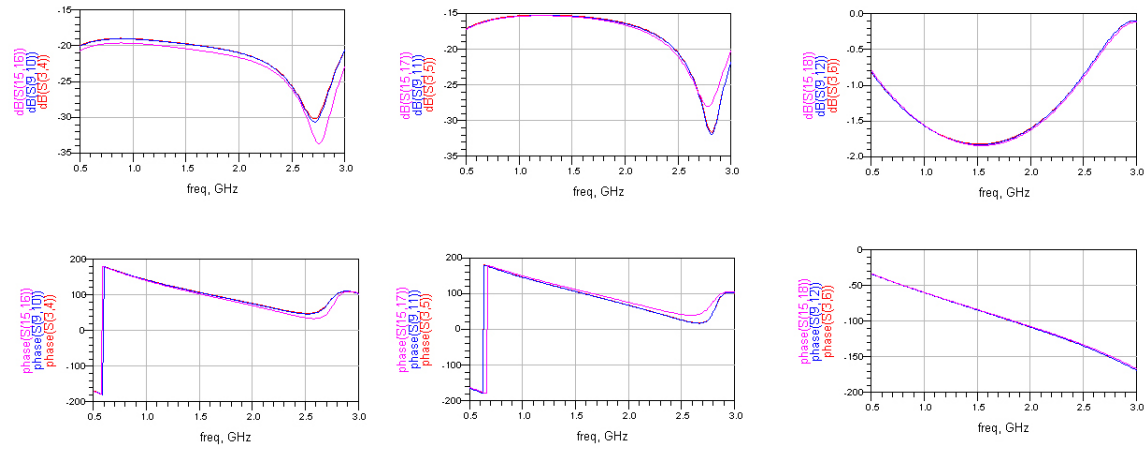


Figura 41: Parámetros  $S_{34}$ ,  $S_{35}$  y  $S_{36}$

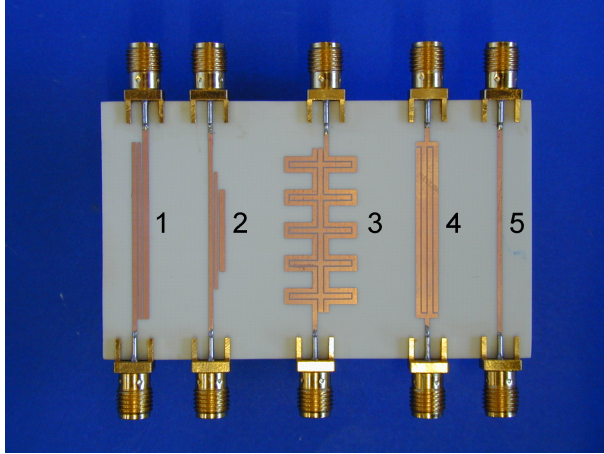
La simulación electromagnética con Momentum es muy fiable, por lo tanto, hay que tomarla como referencia. Como se puede ver en las gráficas anteriores, el nuevo método con parámetros modales coincide perfectamente con la simulación Momentum, mientras que la simulación del diseño circuital es similar pero no coincide perfectamente.



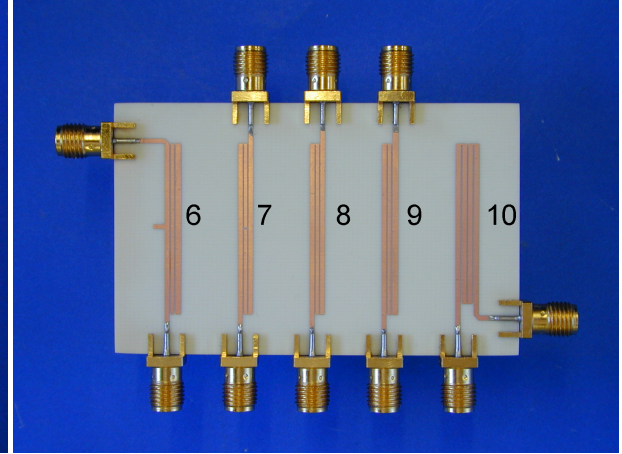
## 4. Validación del método

En esta sección se comprueba experimentalmente el correcto funcionamiento del método. Para este propósito se han construido varios circuitos mediante la técnica de la fotolitografía (Técnica para grabar un patrón geométrico sobre una oblea de material sintético, empleando la luz y sustancias químicas). El substrato utilizado para la construcción es Rogers4003c ( $\epsilon_r = 3.55$  F/m; Tangente de pérdidas=0.0027; Altura del dieléctrico=1.52 mm; Altura del conductor=17  $\mu\text{m}$ ; Conductividad (cobre)= $5,8 \cdot 10^7$  S/m)

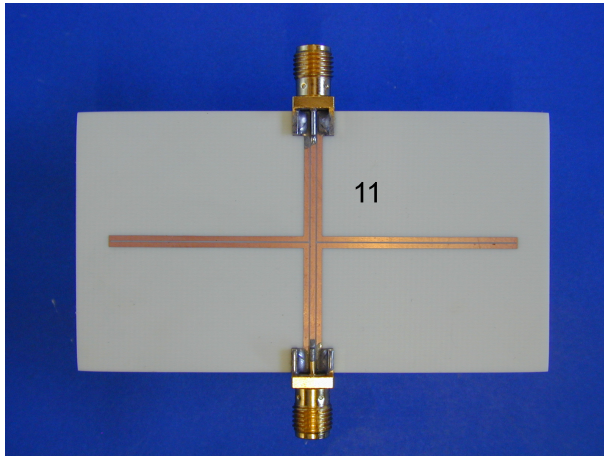
A continuación se presentan los diferentes circuitos construidos (Figuras 42, 43 y 44):



**Figura 42:** Circuitos del 1 al 5



**Figura 43:** Circuitos del 6 al 10



**Figura 44:** Circuito 11

En los siguientes apartados se muestran los resultados de algunos de los circuitos construidos. Los circuitos 3 (Figura 42) y 11 (Figura 44) se explican detalladamente en la sección de aplicaciones. El circuito número 5 (Figura 42) se utiliza para diseñar el modelo circuital del conector utilizado en todos los circuitos menos el número 11 (Figura 44), ya que en éste, aunque el conector sea el mismo, la conexión es diferente.

#### 4.1. Circuito 5: Modelo del conector

Este apartado explica los pasos para diseñar el modelo circuital del conector mediante el circuito fabricado número 5 (Figura 42), una línea microstrip. La conexión de la línea microstrip con el conector coaxial es una conexión microstrip. El conductor central del conector va conectado al conductor superior de la línea microstrip y el conductor exterior del conector va conectado al plano de masa inferior de la línea microstrip.

El simulador electromagnético Momentum es muy fiable, por lo tanto, el objetivo es comparar una línea microstrip simulada con Momentum y la línea fabricada, ambas con las mismas dimensiones y el mismo sustrato. Lo que difiera la simulación de las medidas será debido a los conectores.

Primero se simula con Momentum la línea microstrip. De la simulación se obtiene un fichero Dataset, el cual contiene todos los datos de la simulación. Entonces, se abre un nuevo esquemático en ADS, se añade este fichero y se le une, por cada lado, una resistencia, un condensador, una bobina y un tramo de línea microstrip ideal. Estos componentes circuitales tienen el objetivo de simular cada uno de los conectores. Finalmente, se añade al esquemático el fichero que contiene todos los datos de la medida del circuito fabricado, un fichero del tipo Touchstone, y todos los puertos necesarios. Se puede ver el esquemático completo en la Figura 45, dónde los elementos circuitales que componen el modelo circuital del conector están encuadrados con verde.

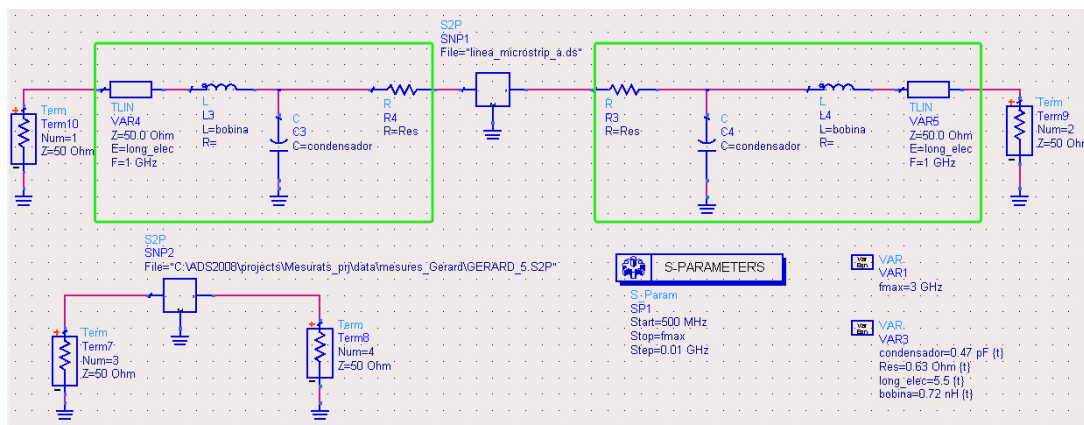


Figura 45: Modelo circuital conector

Para encontrar los valores de la resistencia, la inductancia, la capacidad y la longitud eléctrica de la línea microstrip ideal, se hace un tuning, es decir, mediante el método de prueba y error se van cambiando los valores hasta que la medida y la simulación Momentum con los conectores coincidan perfectamente.

El modelo circuital del conector definitivo se utiliza para crear un nuevo componente circuital que servirá para simular el comportamiento de cada uno de los conectores en los circuitos fabricados del 1 al 10 (Figuras 42 y 43).

#### 4.2. Circuito 2: Transición entre sistemas modales

Este apartado se encarga de analizar el circuito fabricado número 2 (Figura 42), que es especialmente de interés porque existen transiciones de un tramo con un sólo modo a otro con dos modos y de uno con dos modos a otro con tres modos. En la Figura 46 se puede observar el circuito dibujado en Momentum:

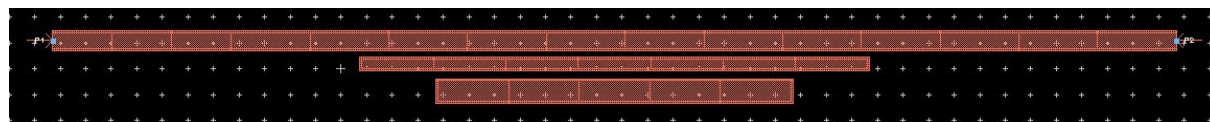


Figura 46: Circuito 2 en Momentum



Para analizar este circuito hay que hallar los parámetros modales para la parte del circuito con dos modos y para la parte con tres modos, la parte con un sólo modo es simplemente un tramo de línea microstrip.

Primero se analiza el tramo con dos modos. Se dibuja en Momentum un tramo con dos líneas microstrip acopladas con la mismas dimensiones que las del circuito fabricado (Figura 47), es decir, con la misma separación y anchuras de las líneas, y una longitud arbitraria. El sustrato utilizado para la simulación será el mismo que se ha utilizado en la fabricación, el Rogers4003c, al que se le han quitado las pérdidas.

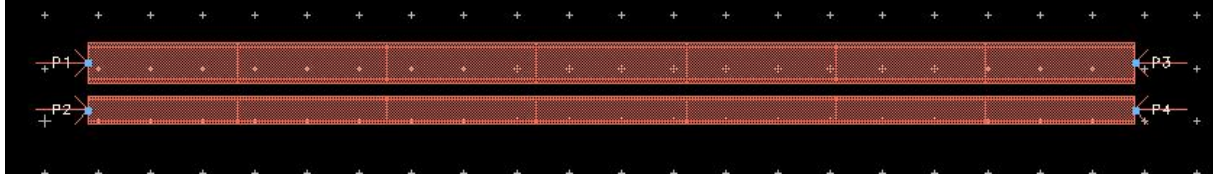


Figura 47: Tramo con dos modos

Se sigue el procedimiento descrito anteriormente y se obtienen los parámetros modales que definen este tramo y la matriz  $\hat{D}$  para la etapa de transición.

Luego se analiza el tramo con tres modos. Se dibuja en Momentum un tramo con tres líneas microstrip acopladas con las mismas dimensiones que las del circuito fabricado y una longitud arbitraria (Figura 48). Se utiliza el mismo sustrato que el caso anterior: el Rogers4003c pero sin pérdidas.

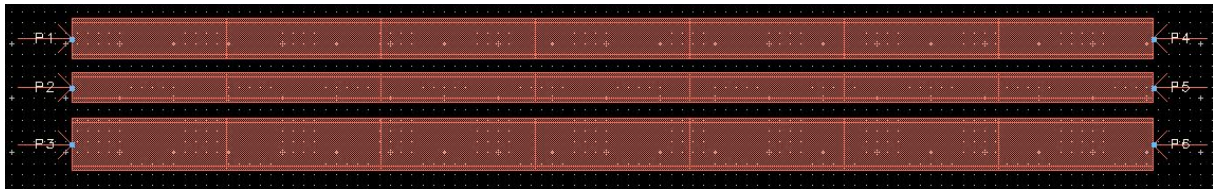


Figura 48: Tramo con tres modos

También se obtienen los parámetros modales para este tramo y la matriz  $\hat{D}$ .

Finalmente, se incluyen todos los elementos del circuito completo en un esquemático. El circuito completo consta de 2 tramos de línea microstrip, 3 tramos de líneas modales y varias etapas de transición. Cada vez que empieza un nuevo tramo de líneas modales es necesaria una etapa de transición de circuital a modal y cada vez que finaliza, una etapa de transición de modal a circuital.

El circuito resultante se puede ver en la Figura 49:

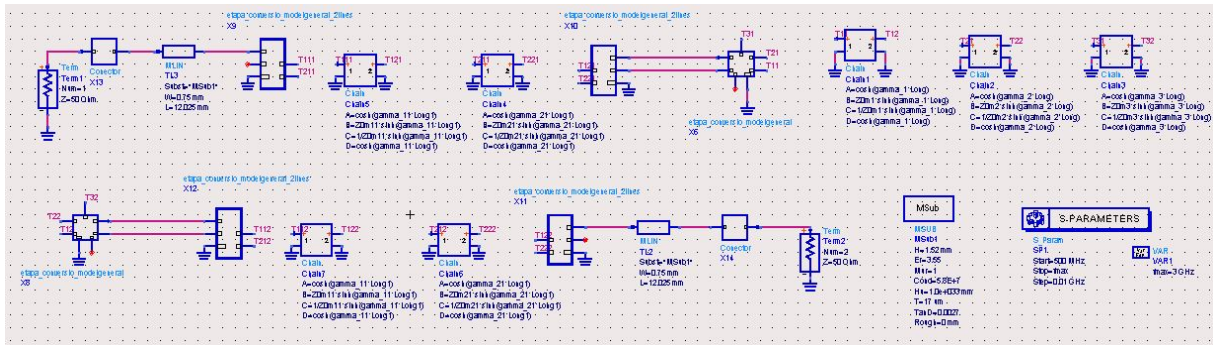
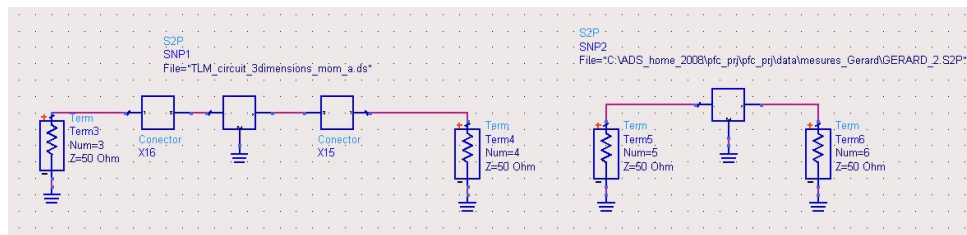


Figura 49: Esquemático circuito 2

Como se puede observar en la Figura 49, el circuito tiene el terminal 1 como puerto de entrada. A continuación, está el componente circuital que modela el comportamiento del conector

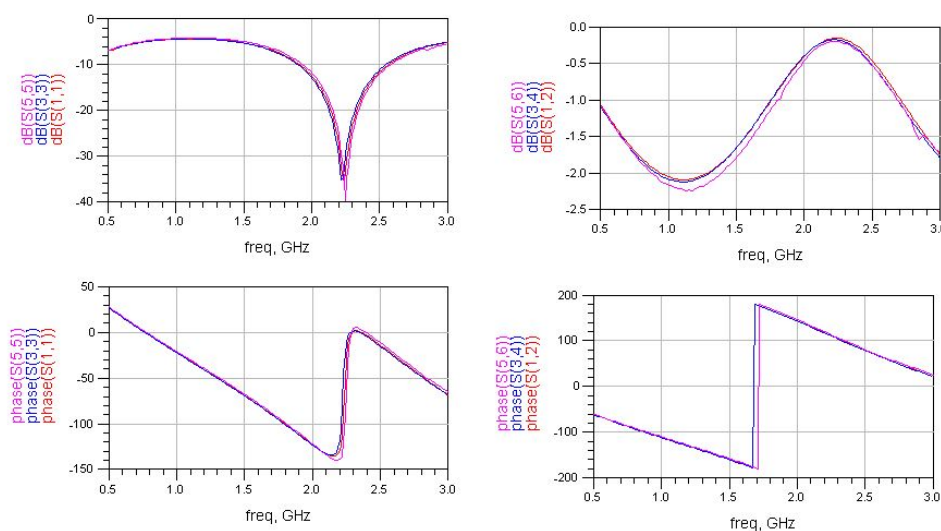
de entrada. Después, se encuentra un tramo de línea microstrip unido con el primer puerto circuital de una etapa de transición de circuital a 2 modos. Una vez en el ámbito modal, se encuentran las dos líneas de transmisión definidas con los parámetros modales que describen el comportamiento del tramo con dos líneas acopladas. Cuando terminan estas líneas, se vuelve al ámbito circuital con otra etapa de transición de 2 modos a circuital. Una vez en el ámbito circuital, se conectan los dos primeros puertos circuitales de esta etapa, referentes a las dos líneas microstrip superiores, a los dos primeros puertos circuitales de otra etapa de transición, esta vez de circuital a 3 modos. Seguidamente, están las tres líneas de transmisión modales que definen el tramo con tres líneas acopladas. Al final de estas líneas de transmisión, se encuentra otra etapa de transición de modal a circuital. Esta etapa se encuentra abajo a la izquierda del esquemático. Los dos primeros puertos circuitales de esta etapa van conectados a otra etapa de transición, de nuevo, de circuital a 2 modos. Luego siguen las dos líneas de transmisión modales que describen el segundo tramo con dos líneas acopladas. Al acabar estas líneas, volvemos al ámbito circuital con otra etapa de transición de modal a circuital. Al primer puerto circuital está unida una línea microstrip, que va conectada al modelo del conector de salida y éste al terminal de salida.

Finalmente, se añaden al esquemático dos circuitos más (Figura 50). Uno para comparar el método modal con la simulación Momentum, mediante un fichero Dataset que contiene todos los datos de la simulación Momentum, y el otro para compararlo con las medidas del circuito construido, mediante un fichero Touchstone. Al circuito con la simulación Momentum se le añade los modelos de los conectores de entrada y salida.

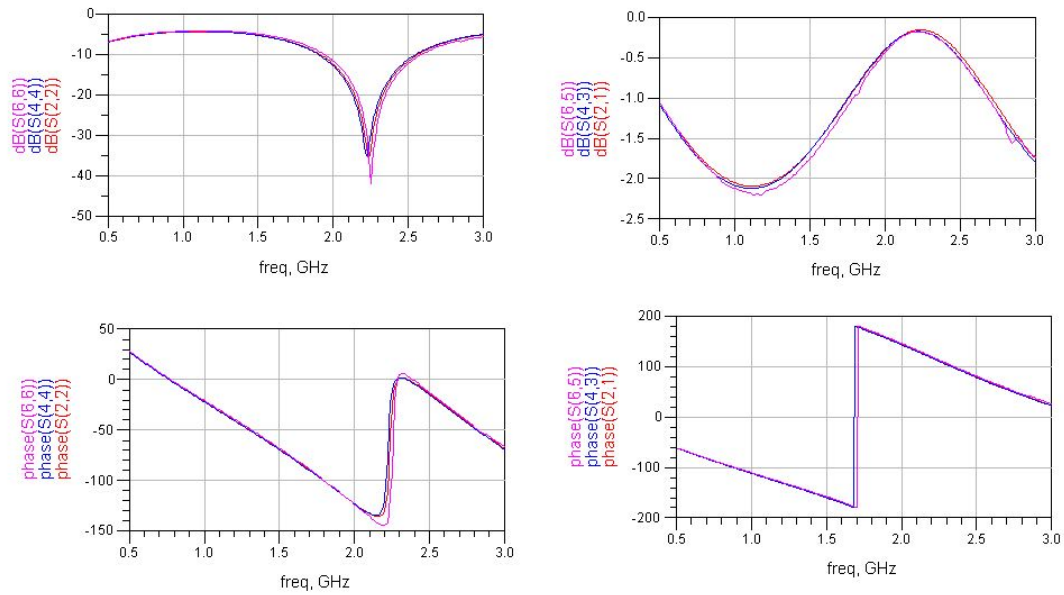


**Figura 50:** Circuitos de comprobación

A continuación se presentan las gráficas de los parámetros S de los tres circuitos (Figuras 51 y 52). La línea roja representa la simulación del método modal, la línea azul representa la simulación con Momentum y la línea rosa representa las medidas del circuito fabricado.



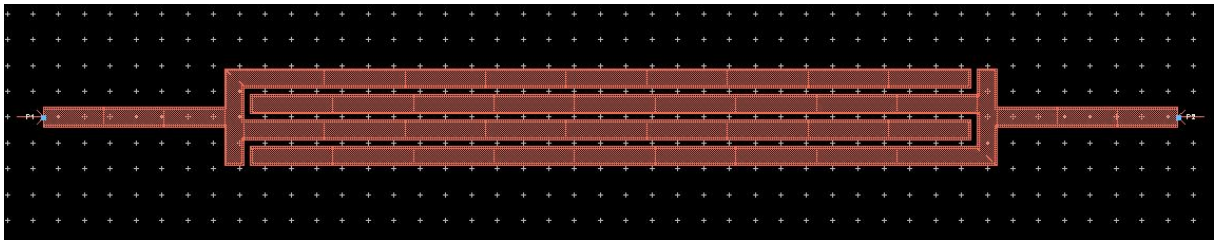
**Figura 51:** Parámetros  $S_{11}$  y  $S_{12}$



**Figura 52:** Parámetros  $S_{22}$  y  $S_{21}$

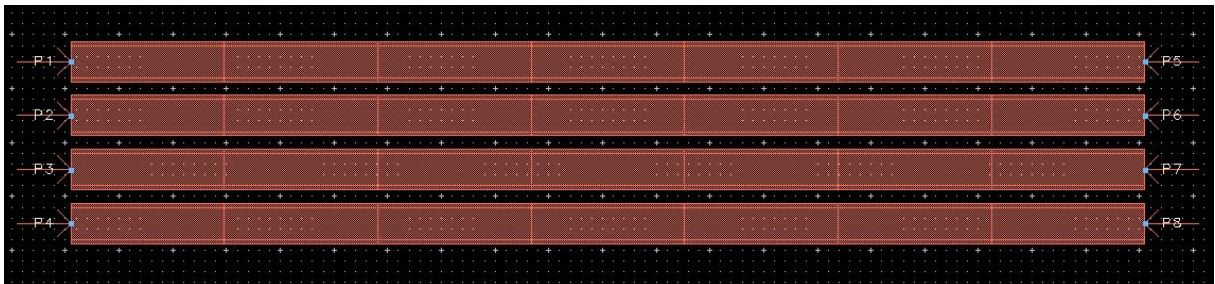
### 4.3. Circuito 4: Cuatro líneas microstrip

Este apartado se encarga de analizar el circuito fabricado número 4 (Figura 42), un circuito con cuatro líneas microstrip acopladas. Este circuito es la comprobación de que el método funciona correctamente para más de 3 líneas acopladas, ya que, en realidad, es útil para cualquier número de líneas acopladas. En la Figura 53 se muestra el dibujo realizado en Momentum:



**Figura 53:** Circuito 4 en Momentum

Primero se analiza el tramo con cuatro modos. Se dibuja en Momentum un tramo con cuatro líneas microstrip acopladas con la mismas dimensiones que las del circuito fabricado (Figura 54), es decir, con la misma separación y anchuras de las líneas, y una longitud arbitraria. El sustrato utilizado para la simulación será el mismo que se ha utilizado en la fabricación, el Rogers4003c, al que se le han quitado las pérdidas.



**Figura 54:** Tramo con cuatro modos



Una vez simulado y extraído el fichero Touchstone de la simulación, se inicia el Matlab, con el que se obtienen los parámetros modales y la matriz que define la etapa de transición, la matriz  $\hat{D}$ .

Luego se dibuja en un esquemático el circuito completo (Figura 55).

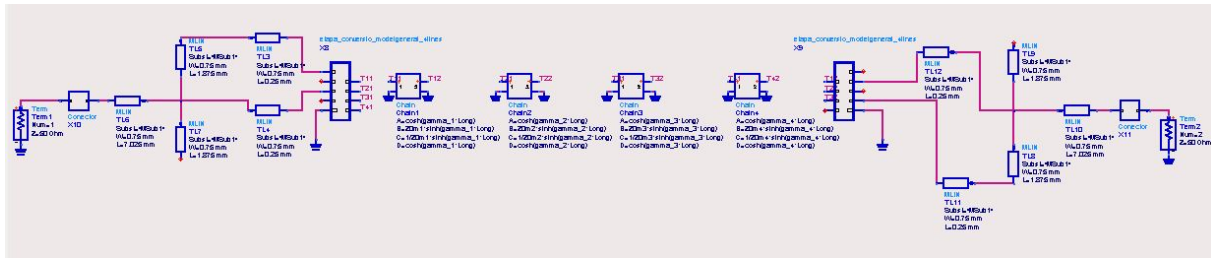


Figura 55: Circuito completo

Como se puede ver, el circuito completo esta formado por el tramo de líneas modales unido por cada lado a una etapa de transición. Estas etapas van conectadas a varias líneas microstrip que simulan la estructura fabricada. También se incluyen los modelos de los conectores y los terminales.

Finalmente, se añaden los dos circuitos de comprobación, el de la simulación Momentum con los modelos de los conectores y el que incorpora el fichero Touchstone con los datos de las medidas (Figura 56).

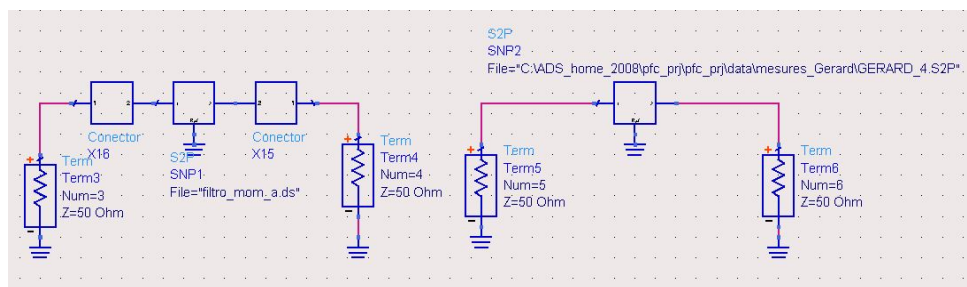


Figura 56: Circuitos de comprobación

A continuación se presentan las gráficas de los parámetros S de los tres circuitos (Figuras 57 y 58). La línea roja representa la simulación del método modal, la línea azul representa la simulación con Momentum y la línea rosa representa las medidas del circuito fabricado.

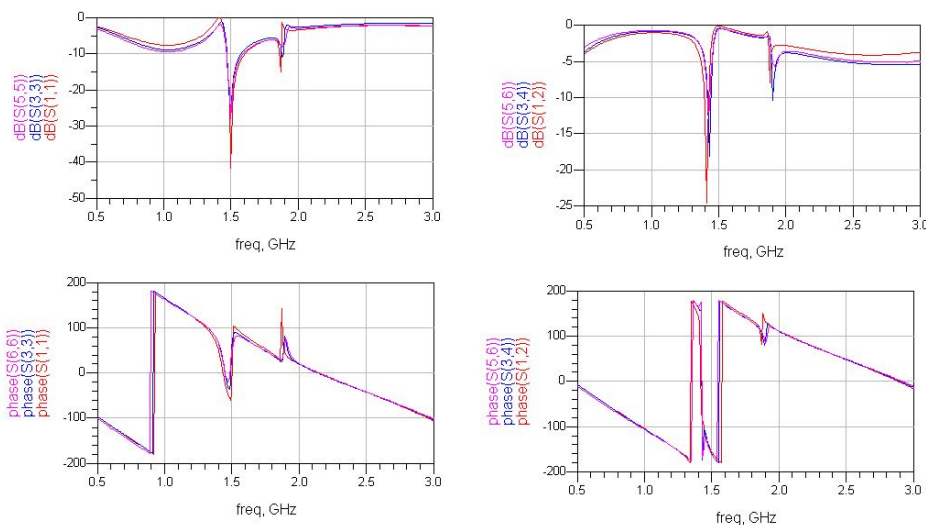
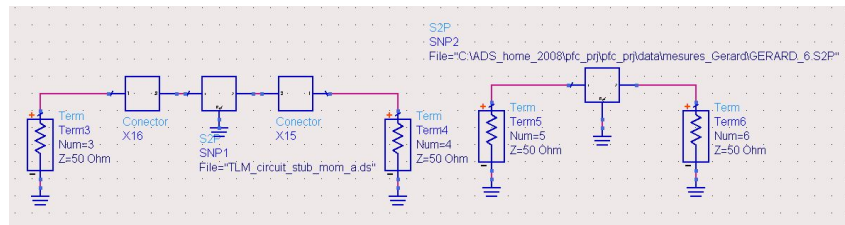


Figura 57: Parámetros  $S_{11}$  y  $S_{12}$



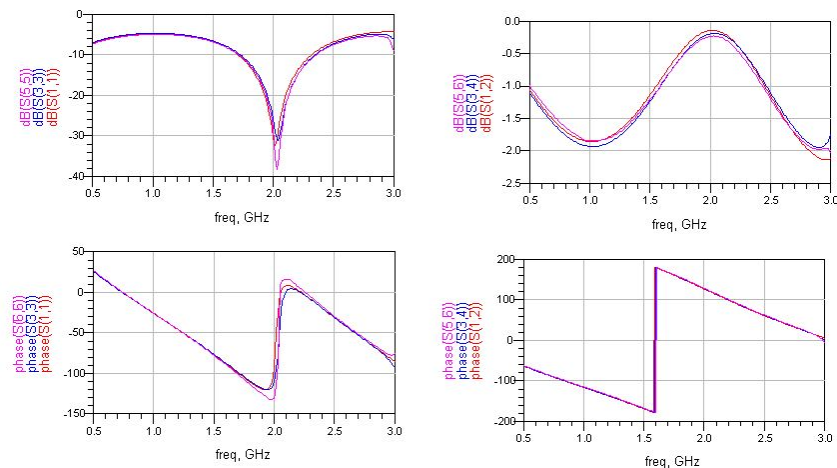
Como se aprecia en la Figura 60, si se quiere añadir un elemento circuital en el tramo de líneas modales, simplemente se necesita una etapa de transición de modal a circuital, unir el elemento al puerto circuital que represente la línea microstrip a la que está conectado y volver a modal con otra etapa de transición.

Por último, se añaden al esquemático los dos circuitos de comprobación, el de la simulación Momentum con los modelos de los conectores y el que incorpora el fichero Touchstone con los datos de las medidas (Figura 61).

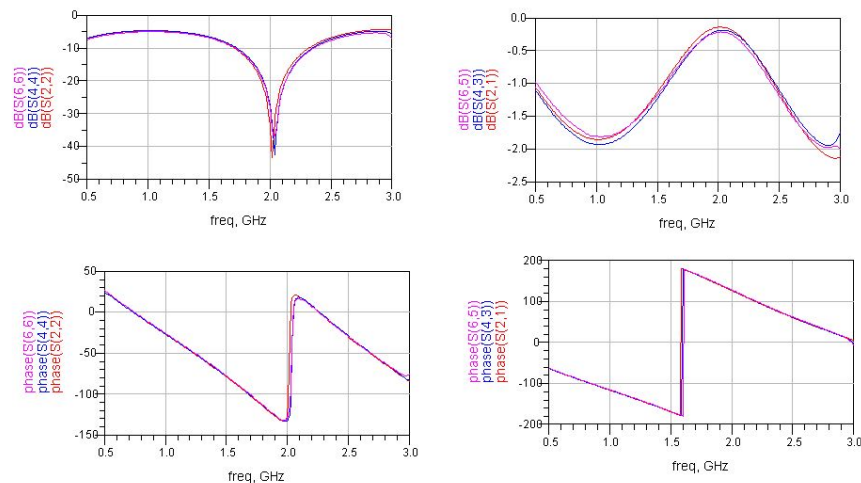


**Figura 61:** Circuitos de comprobación

A continuación se presentan las gráficas de los parámetros S de los tres circuitos (Figuras 62 y 63). La línea roja representa la simulación del método modal, la línea azul representa la simulación con Momentum y la línea rosa representa las medidas del circuito fabricado.



**Figura 62:** Parámetros  $S_{11}$  y  $S_{12}$



**Figura 63:** Parámetros  $S_{22}$  y  $S_{21}$

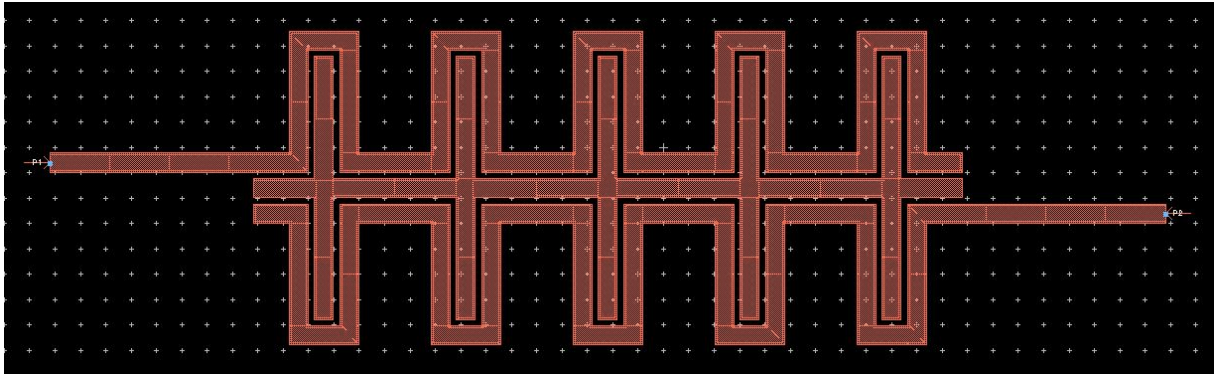
## 5. Aplicaciones

En esta sección se describen algunas de las aplicaciones que tiene el método. Primero se habla de la utilización del método para el análisis de líneas Slowwave y después sobre la aplicación del método para la medida del leakage modal. Ambos conceptos se explicarán con más detalle en cada uno de los apartados siguientes.

### 5.1. Líneas Slowwave

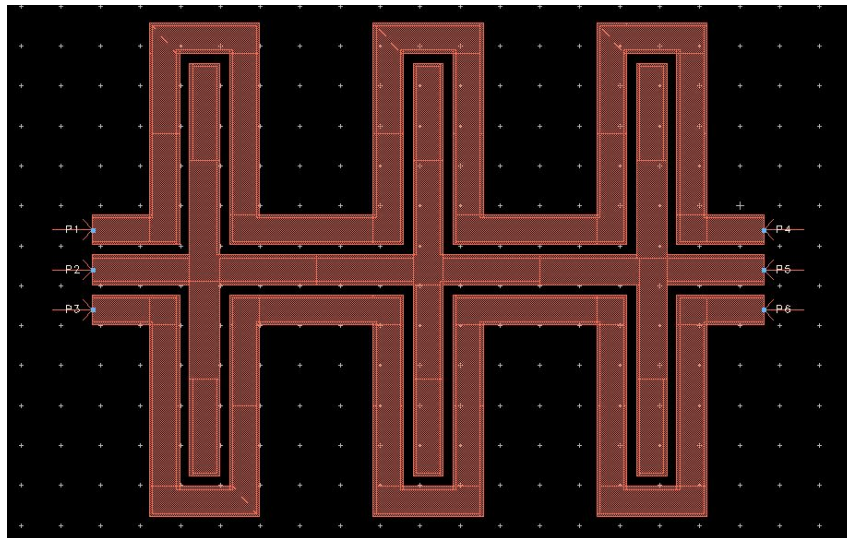
Las líneas Slowwave son estructuras que incrementan el retardo de grupo, es decir, aumentan el tiempo que tarda la señal a transmitirse por la estructura. Estas líneas son de especial interés ya que permiten comprimir los diseños.

La línea slowwave que se ha escogido para este análisis corresponde al circuito número 3 (Figura 42). En la Figura 64 se puede observar el dibujo de la línea en Momentum:



**Figura 64:** Circuito 3 en Momentum

Para el análisis, se dibuja en Momentum un tramo de la línea slowwave con una longitud arbitraria (Figura 65). El sustrato utilizado para la simulación será el mismo que se ha utilizado en la fabricación, el Rogers4003c, al que se le han quitado las pérdidas.



**Figura 65:** Tramo de línea slowwave

A partir de este tramo, con la ayuda de Matlab, se obtienen los parámetros modales y la matriz  $\hat{D}$  para el diseño de la etapa de transición. En la Figura 66 se pueden ver algunos de los resultados del programa Matlab.



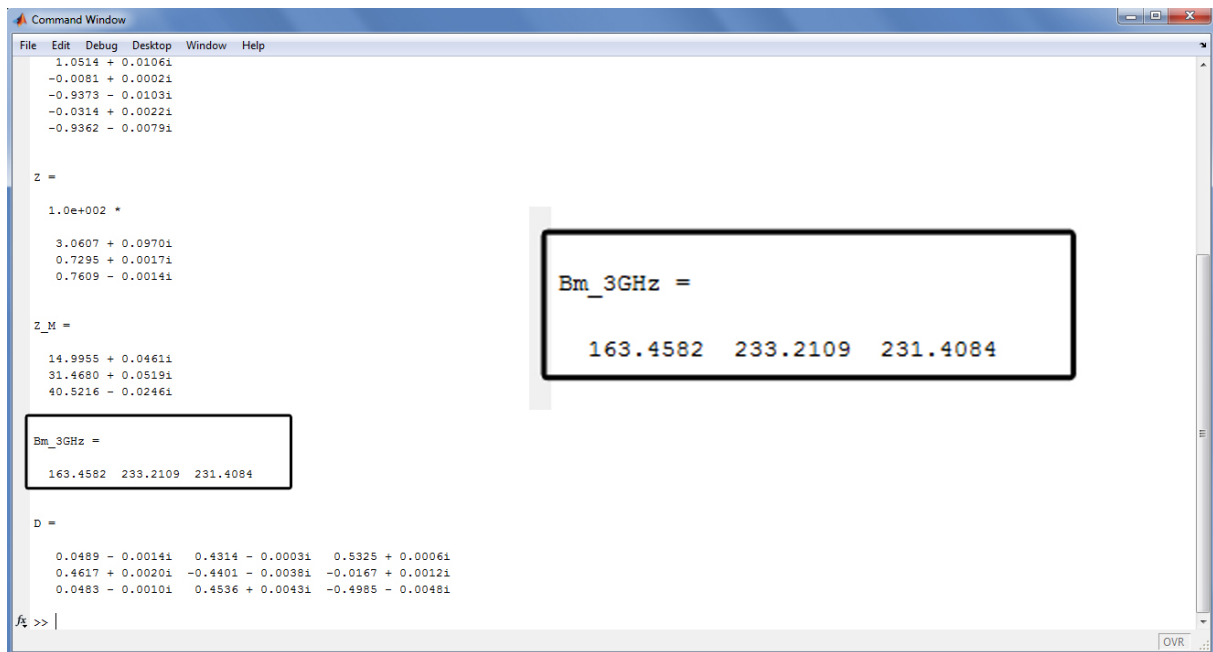
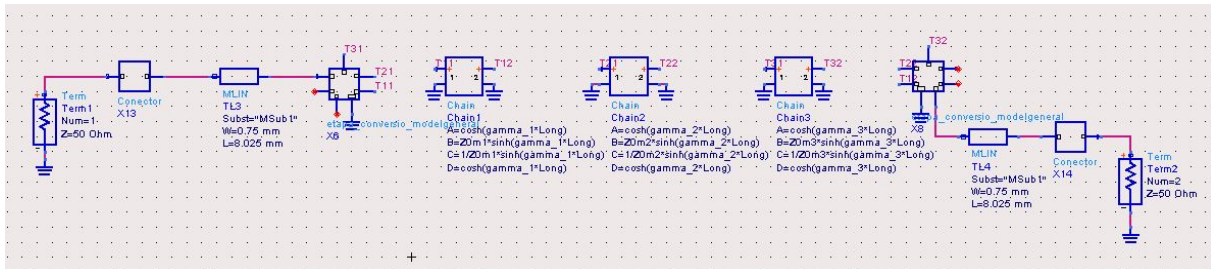


Figura 66: Resultados Matlab

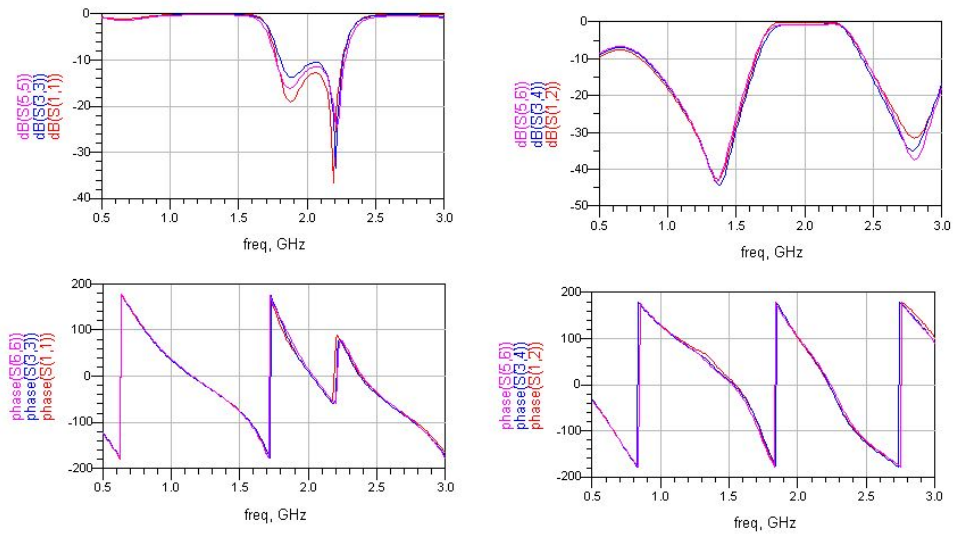
Se puede observar en la Figura 66 que los valores de las constantes de fase ( $\beta$ ) se han doblado, aproximadamente, comparadas con el ejemplo de Three-Line microstrip para la misma frecuencia (Figura 24). Este efecto, cómo ya se ha comentado, es debido a la estructura slowwave.

Una vez obtenidos todos los valores necesarios, se pasa a construir el circuito en un esquemático de ADS. El resultado se puede ver en la Figura 67.

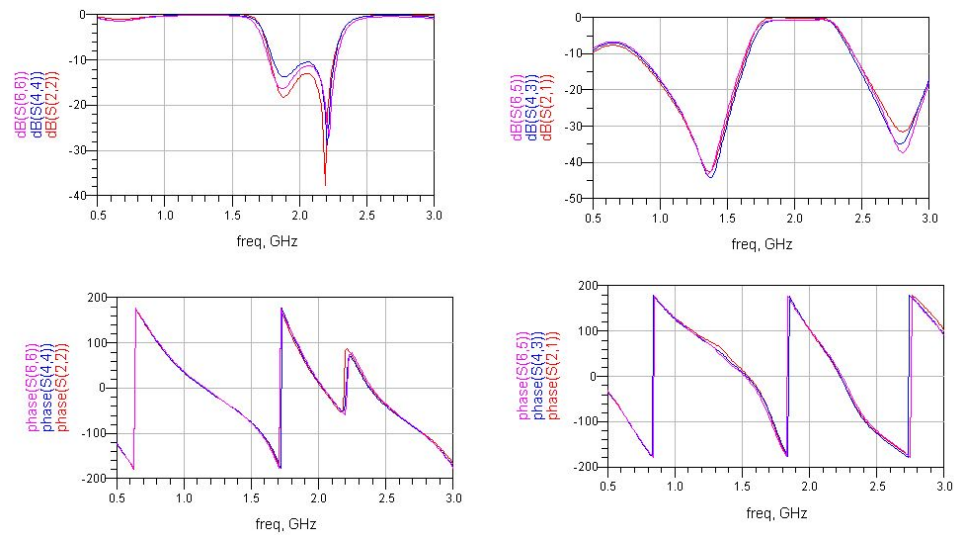




A continuación se presentan las gráficas de los parámetros S de los tres circuitos (Figuras 69 y 70). La línea roja representa la simulación del método modal, la línea azul representa la simulación con Momentum y la línea rosa representa las medidas del circuito fabricado.



**Figura 69:** Parámetros  $S_{11}$  y  $S_{12}$

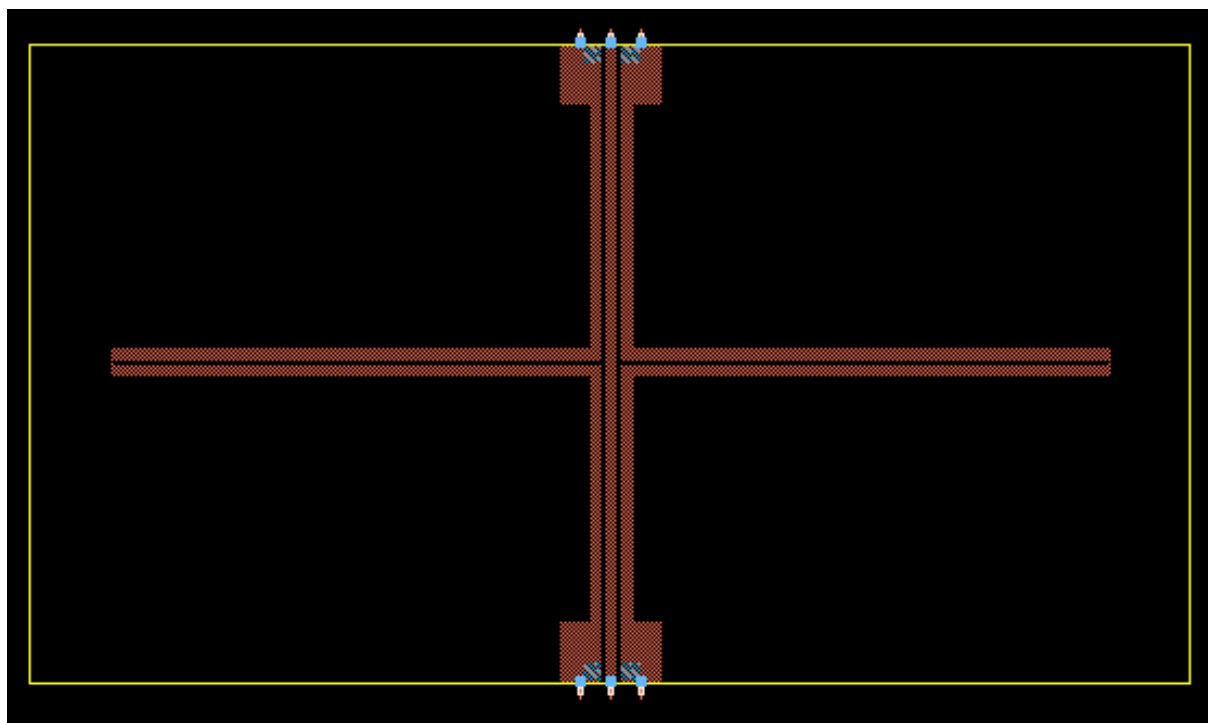


**Figura 70:** Parámetros  $S_{22}$  y  $S_{21}$

## 5.2. Medida del leakage modal

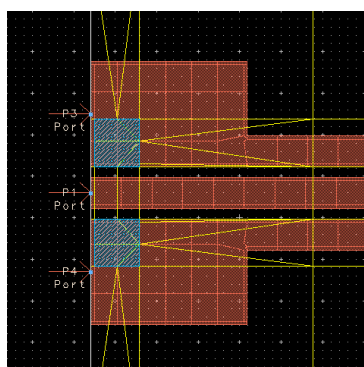
Este apartado explica la posibilidad de utilizar el método modal para la medida del leakage modal, es decir, para conocer la cantidad de potencia que se traspasa de unos modos a otros debido a una discontinuidad en el circuito. El circuito de prueba corresponde al circuito fabricado número 11 (Figura 44), una línea coplanar con dos stubs en paralelo a la que se le ha añadido un plano de masa inferior. Este circuito también permite comparar el modelo circuital obtenido mediante el método modal con el modelo circuital que se podría suponer con una interpretación *naïve* o ingenua.

Para este circuito se ha cambiado el tipo de conexión del conector con el circuito. En este caso, el conductor central del conector va conectado al conductor central superior del circuito y el conductor exterior del conector va conectado a los dos conductores laterales superiores y al plano de masa inferior del circuito. En la Figura 71 se presenta el circuito dibujado en Momentum:



**Figura 71:** Circuito 11 en Momentum

Para la mejora de la simulación del circuito en Momentum se ha dibujado el plano de masa inferior (en amarillo), en lugar de definir un plano de masa infinito como en los casos anteriores, y un via hole para simular la conexión entre los conductores laterales superiores y el plano de masa inferior (cuadrado azul). Se puede observar el via hole con más detalle en la siguiente imagen ampliada (Figura 72):



**Figura 72:** Imagen ampliada del via hole

Similarmente a los casos anteriores, se obtienen los parámetros modales y la matriz  $\hat{D}$  de cada uno de los tres tramos diferentes de líneas acopladas (el tramo con tres líneas acopladas de igual anchura, el tramo con tres líneas acopladas con las dos líneas laterales más anchas que la central y el tramo de dos líneas acopladas).

Una vez obtenidos todos los valores necesarios, se construye el circuito completo en un esquemático (Figura 73). El circuito completo es muy grande, así que se ha dividido en líneas. El circuito empieza arriba a la izquierda y termina abajo a la derecha. Para el modelo del conector (encuadrado en verde) se han utilizado los mismos componentes circuitales que en los casos anteriores, pero con distintos valores. Para encontrar los valores se ha hecho un tuning hasta añadir el efecto del conector a todas las simulaciones.

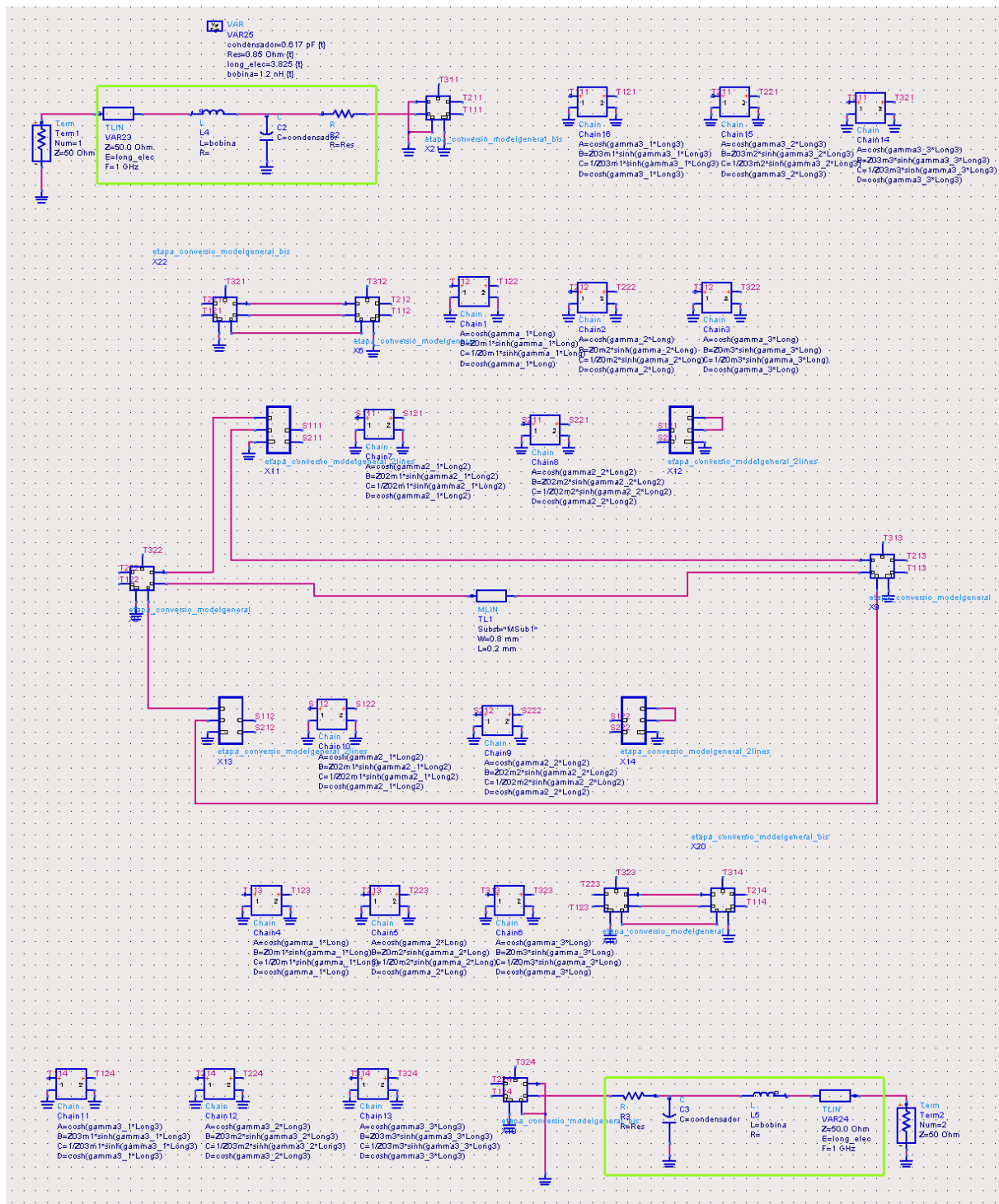
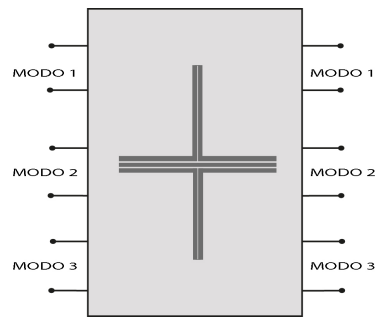


Figura 73: Circuito completo

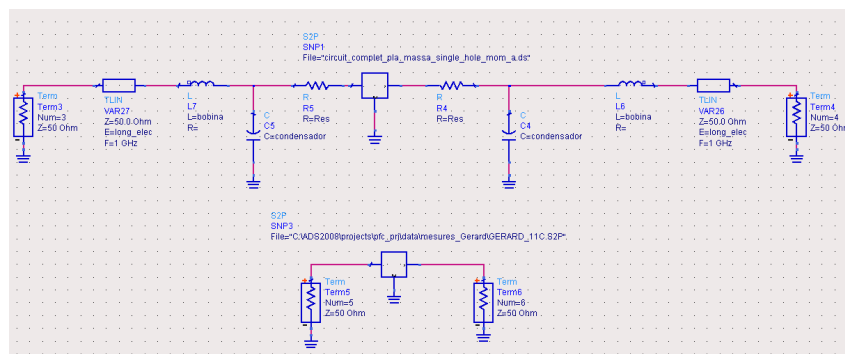
Para la medida del leakage modal se propone interpretar el circuito como una caja negra en el ámbito modal (Figura 74), ya que no interesa conocer las conexiones internas, sino la relación entre la entrada y la salida de cada uno de los modos.



**Figura 74:** Circuito en ámbito modal

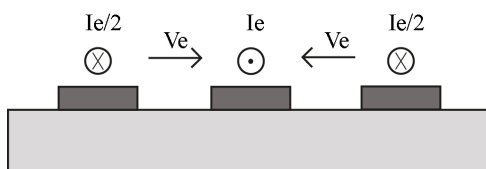
Si no estuviesen los stubs en paralelo, cada uno de los modos tendría el mismo comportamiento que una línea de transmisión definida mediante los parámetros modales que representan ese modo. Como en este caso hay una discontinuidad, se puede conocer la variación de tensiones y corrientes modales que experimentan cada uno de los modos debido a esa discontinuidad y, por lo tanto, conocer exactamente cómo ésta afecta al sistema.

También se añaden los dos circuitos de comprobación, el de la simulación Momentum con los modelos de los conectores y el que incorpora el fichero Touchstone con los datos de las medidas (Figura 75).

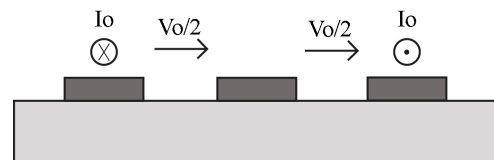


**Figura 75:** Circuito completo

Finalmente, se construye el modelo circuital que se podría suponer mediante una interpretación *naïve* del comportamiento del circuito. Ingenuamente se puede suponer que estamos delante de un circuito coplanar, por lo tanto, según la teoría existente sobre líneas coplanares [2], éstas se pueden describir mediante dos modos: el modo par o *even* (Figura 76) y el modo impar o *odd* (Figura 77).



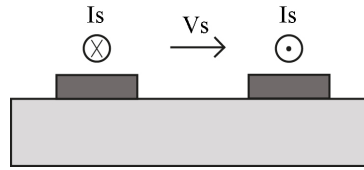
**Figura 76:** Mode even coplanar



**Figura 77:** Mode odd coplanar

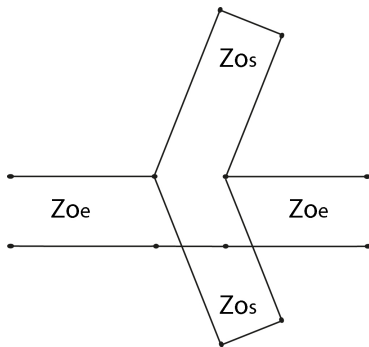
Además, como en este caso, el conductor central del conector va conectado al conductor central superior del circuito y el conductor exterior del conector va conectado a los dos conductores laterales superiores y al plano de masa inferior del circuito, se podría suponer que no hace falta tener en cuenta el modo impar o *odd*, y que sólo se propaga el modo par o *even*.

El stub también se podría pensar ingenuamente que sólo tiene un modo, el modo *slotline* (Figura 78):



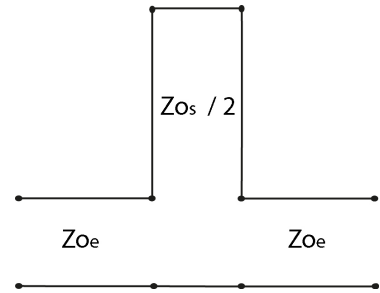
**Figura 78:** Modo slotline

Por lo tanto, se podría pensar que se puede simplificar el circuito en un tramo de línea de transmisión equivalente (modo *even*), que simula el comportamiento de la parte con tres líneas acopladas antes de los stubs, unido a otro tramo de línea de transmisión equivalente (modo *slotline*), que simula los dos stubs en paralelo, y éste unido a otro tramo de línea de transmisión equivalente (modo *even*) que simula la parte con tres líneas acopladas después de los stubs (Figuras 79 y 80).



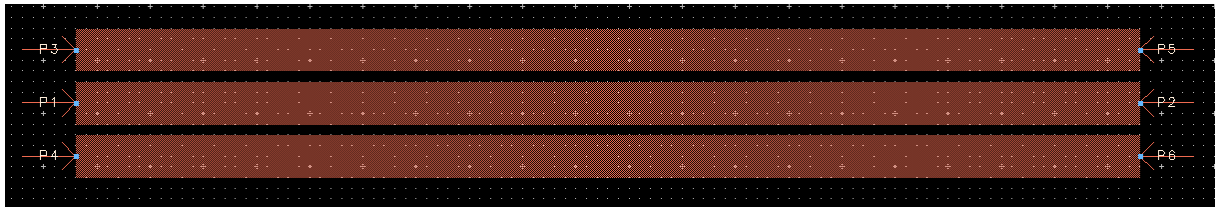
**Figura 79:** Interpretación *naïve*

$$Z_{0s} // Z_{0s} = \frac{Z_{0s} \cdot Z_{0s}}{Z_{0s} + Z_{0s}} = \frac{Z_{0s}}{2}$$



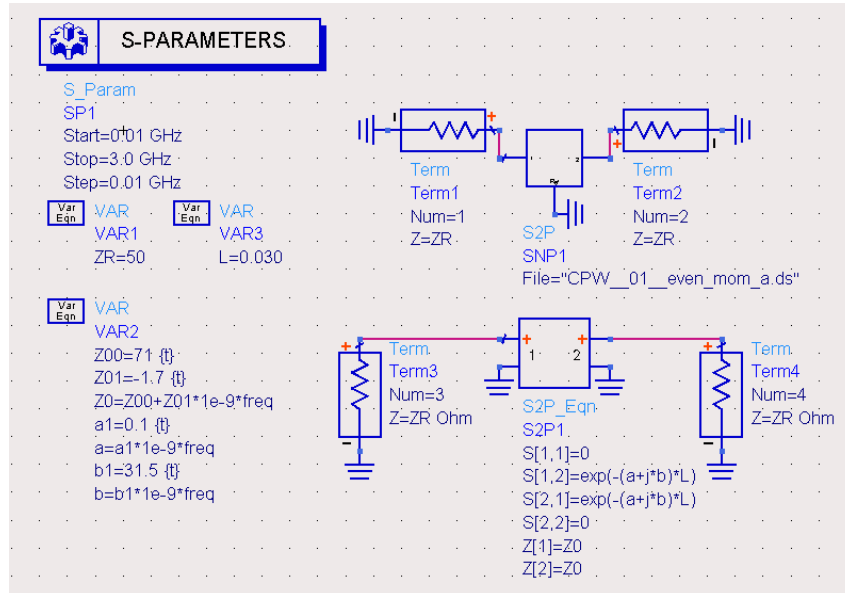
**Figura 80:** Interpretación *naïve*

Los dos tramos de línea de transmisión equivalente que simulan el comportamiento de las tres líneas acopladas tienen los mismos parámetros. Para encontrar estos parámetros, se dibuja en Momentum un tramo con tres líneas acopladas con las mismas dimensiones que las del circuito fabricado y una longitud arbitraria, y se añade un plano de masa inferior infinito (Figura 81). Se utiliza el mismo sustrato que en la fabricación, el Rogers4003c. Los puertos de la simulación se configuran según la conexión con el conector, es decir, los puertos 3 (conductor de arriba, lado izquierdo) y 4 (conductor de abajo, lado izquierdo) están definidos como masa de referencia del puerto 1 (conductor central, lado izquierdo), y los puertos 5 (conductor de arriba, lado derecho) y 6 (conductor de abajo, lado derecho) están definidos como masa de referencia del puerto 2 (conductor centra, lado derecho).



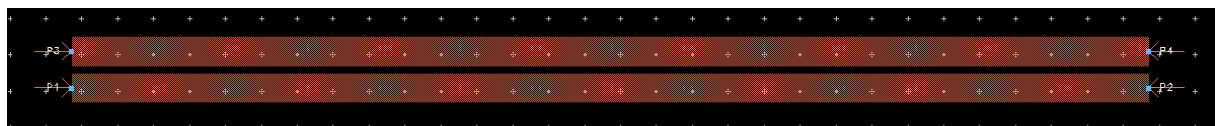
**Figura 81:** Tramo con las tres líneas acopladas

Una vez simulado el circuito en Momentum, se añade el fichero Dataset con los datos de la simulación en un esquemático, y se añade una línea de transmisión con la misma longitud que las líneas acopladas simuladas en Momentum (Figura 82). Para conocer los valores de la constante de propagación ( $\alpha$  y  $\beta$ ) y la impedancia característica se hace un tuning para conseguir que los parámetros S de esta línea de transmisión y la simulación en Momentum coincidan perfectamente.



**Figura 82:** Esquemático para encontrar la línea de transmisión equivalente

Para encontrar los parámetros de la línea de transmisión equivalente que simula el comportamiento de los dos stubs en paralelo, se dibuja en Momentum un tramo con dos líneas acopladas con las mismas dimensiones que las del circuito fabricado y una longitud arbitraria, y se añade un plano de masa inferior infinito (Figura 83). Se utiliza el mismo sustrato que en la fabricación, el Rogers4003c. El puerto 3 (conductor de arriba, lado izquierdo) está definido como masa de referencia del puerto 1 (conductor de abajo, lado izquierdo) y el puerto 4 (conductor de arriba, lado derecho) está definido como masa de referencia del puerto 2 (conductor de abajo, lado derecho).



**Figura 83:** Tramo con las dos líneas acopladas

Se repite el mismo proceso que antes para conseguir los valores de la constante de propagación ( $\alpha$  y  $\beta$ ) y la impedancia característica que hacen que coincidan los parámetros S. Estos valores simulan el comportamiento de un tramo con dos líneas acopladas. En este caso, hay dos tramos en paralelo, por lo tanto, la línea de transmisión equivalente debe tener la misma constante de propagación que la obtenida, pero la mitad de la impedancia característica obtenida.

Una vez encontradas las líneas de transmisión equivalentes, se dibuja el circuito completo para la interpretación *naïve*, al que se le han añadido los modelos circuitales de los conectores (Figura 84):

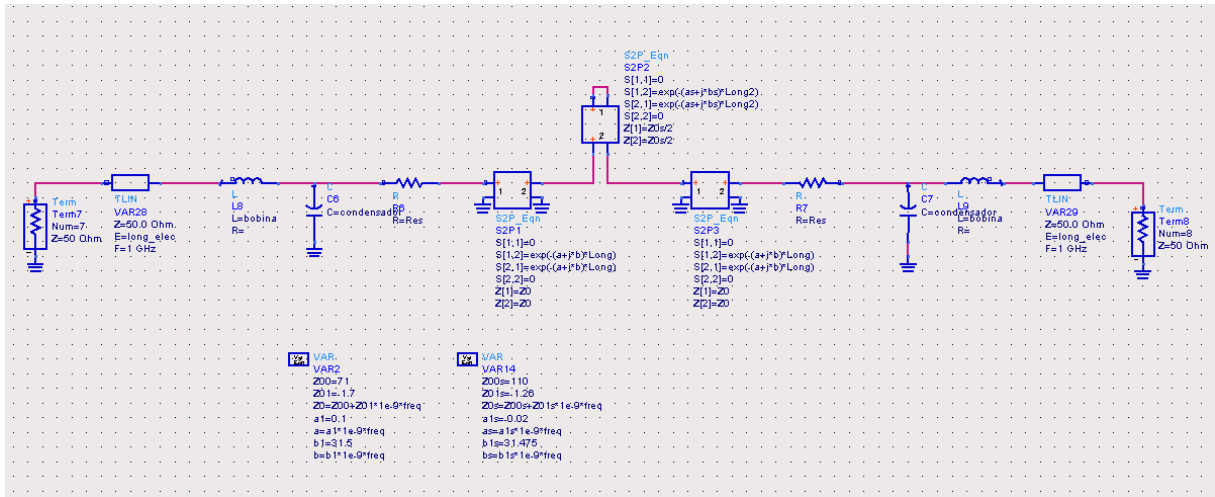


Figura 84: Interpretación naïve

A continuación se presentan las gráficas de los parámetros S de los cuatro circuitos (Figuras 85 y 86). La línea roja representa la simulación del método modal, la línea azul oscuro representa la simulación con Momentum, la línea rosa representa las medidas del circuito fabricado y la línea verde representa la simulación de la interpretación *naïve*.

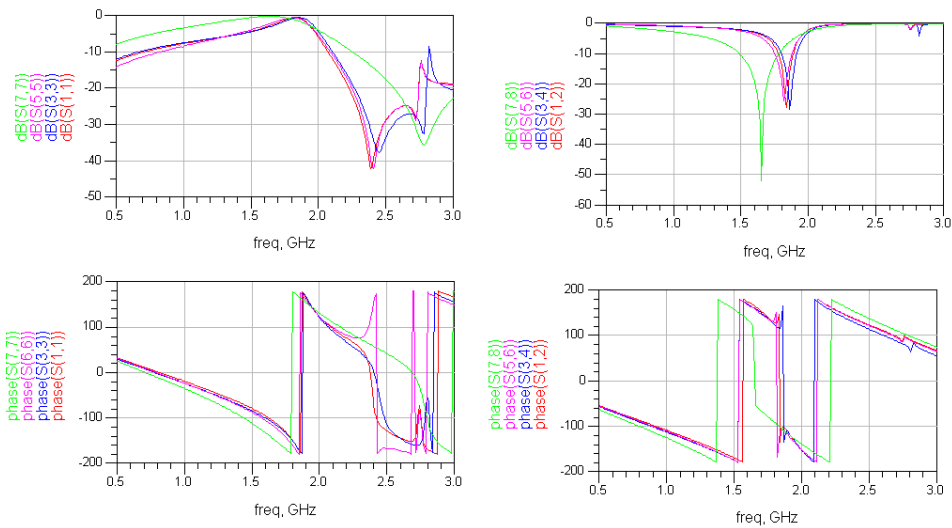
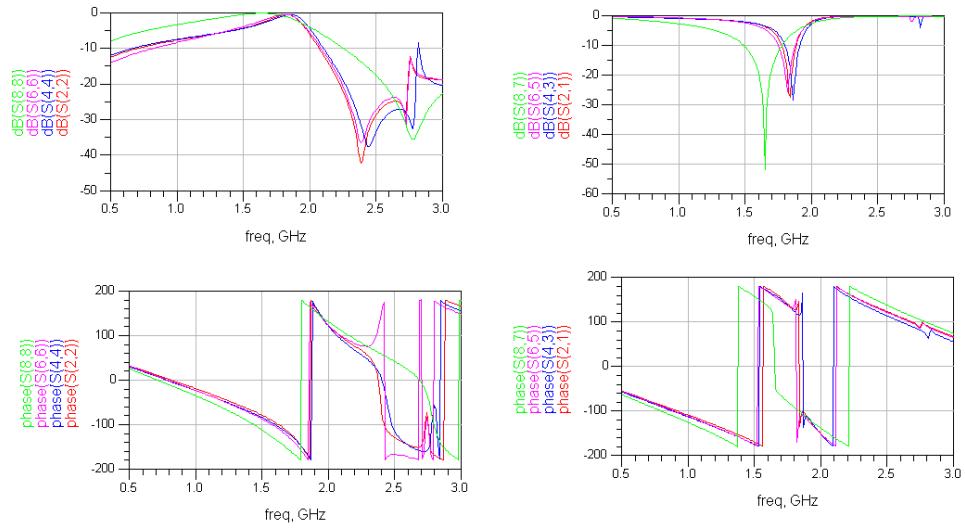


Figura 85: Parámetros  $S_{11}$  y  $S_{12}$



**Figura 86:** Parámetros  $S_{22}$  y  $S_{21}$

Como se aprecia en las Figuras 85 y 86, la simulación con el método modal coincide muy bien con las medidas, la simulación con Momentum se aproxima bastante, pero la simulación con la interpretación *naïve* es muy diferente. Por lo tanto, se comprueba que no se pueden despreciar modos, sino que hay que tenerlos en cuenta todos para obtener el comportamiento real del circuito.



## 6. Conclusiones

Este proyecto ha servido para desarrollar y validar un método de modelado de circuitos multimodales completamente genérico para líneas de transmisión acopladas. Aunque el método sea genérico, el proyecto se ha centrado en el estudio de entornos microstrip, dónde el número de modos es igual al número de líneas acopladas y se toma como referencia el plano inferior.

El método de análisis consta de cuatro fases. Para la primera fase se utiliza el simulador electromagnético Momentum, incorporado en el software Advanced Design System (ADS). Para la segunda y tercera fase, se utiliza el software matemático MATLAB. Y, para la última, se utiliza el simulador circuital también incorporado en ADS. Debido a la utilización de estos componentes, hay que tener en cuenta que los resultados no son perfectos. Los simuladores, tanto el electromagnético como el circuital, aunque son bastante precisos, tienen pequeños errores numéricos, además, el programa creado en Matlab hace uso de muchas funciones, por ejemplo, para hallar los autovectores y autovalores, que también conllevan pequeños errores numéricos. Aunque existan estos pequeños errores y se desprecien algunos efectos de los circuitos, se ha comprobado que el método de análisis funciona muy bien. Por lo tanto, el método es fiable y, además, al no aplicar directamente la teoría electromagnética, sino que se utiliza un simulador, el método es sencillo de utilizar.

Para el caso de tres líneas acopladas, se ha comparado el método modal con la teoría desarrollada por Vijai K. Tripathi [1]. Se ha visto que los valores obtenidos mediante el método concuerdan muy bien con la teoría y, por lo tanto, se puede utilizar como validación teórica. Además, para este caso, se compara el nuevo método modal con la simulación Momentum y la simulación circuital con un diseño circuital incorporado en ADS. El nuevo método con parámetros modales coincide perfectamente con la simulación Momentum, mientras que la simulación del diseño circuital es similar pero no coincide perfectamente, es decir, el modelo con parámetros modales es mejor que el propio modelo de líneas acopladas incorporado en ADS.

La validación experimental del método es una parte muy importante del proyecto, ya que se comprueba que funcione correctamente para diferentes circuitos fabricados. Para este propósito, se ha presentado un circuito con transiciones entre diferente número de líneas acopladas, un circuito con cuatro líneas microstrip y un circuito con una discontinuidad con un elemento circuital (un stub en paralelo). A parte de los comentados, se han probado otros circuitos. Estos no se han añadido al proyecto ya que no aportan contenido nuevo. Para todos los circuitos, se han comparado los parámetros S obtenidos de las medidas del circuito fabricado con los obtenidos de la simulación Momentum y con los de la simulación del modelo circuital elaborado con el método modal. Se ha observado que todos los parámetros S de las simulaciones y las medidas coinciden perfectamente, en otras palabras, la validación experimental ha sido un éxito.

También se han presentado dos aplicaciones del método. La primera aplicación ha sido utilizar el método para el modelado de líneas slowwave con plano de masa inferior y en la segunda, se ha analizado una estructura coplanar, también con plano de masa inferior, para poder medir como afecta una discontinuidad en los modos del sistema. Aunque existen otras aplicaciones, estas dos pueden ser muy útiles ya que tratan dos estructuras muy utilizadas en el diseño de circuitos. Estas aplicaciones han permitido constatar la importancia de utilizar parámetros modales para la definición de circuitos y la ventaja de poder tratar las discontinuidades que éste pueda tener de forma circuital.

En un futuro, el estudio de estos modelos circuitales y, en concreto, el tratamiento de las discontinuidades de forma circuital, puede ser muy útil para llegar a conocer cómo generar o impedir la propagación de un modo en concreto y, por lo tanto, utilizar este conocimiento para el diseño de circuitos.

## 7. Anexos

### 7.1. Código del programa Matlab

```
1 clear all;
2 close all;
3
4 format short;
5
6 parte_grafica=1; % 1 visualizar/ 0 NO
7 grafiques_cte_prop=1; % 1 visualizar/ 0 NO
8 grafiques_Z_fisica=1; % 1 visualizar/ 0 NO
9 grafiques_V_I_fisiques=1; % 1 visualizar/ 0 NO
10 grafiques_beta=1; % 1 visualizar/ 0 NO
11 grafiques_alfa=1; % 1 visualizar/ 0 NO
12 calculs_modals=1; % 1 realizar calculos / 0 NO
13
14 % Impedancia de referencia de la simulacion Momentum
15 Zo=50;
16
17 % Pedimos al usuarios que introduzca los parametros de entrada
18
19 % Numero de puertos
20 NM=input('Introdueix nombre ports\n');
21
22 % Porcion de la tension fisica al primer conductor para definir la tension modal
23 entrada=input('Voleu introduir els parametres X0? [S\N]\n','s');
24 if entrada=='S' || entrada == 's'
25     for j=1:NM/2
26         string= '';
27         string= sprintf('Introdueix el parametre Xo%d \n',j);
28         valor=input(string);
29         param_x0(j)=valor;
30     end
31 else
32     param_x0= ones(NM/2,1);
33 end
34
35 % Longitud fisica del tramo de lineas acopladas (en metros)
36 L=input('Introdueix la longitud fisica (en metres)\n');
37 % Nombre del fichero sin extension
38 nomfitxer=input('Introdueix el nom del fitxer (sense extensio)\n','s');
39 extensio=sprintf('.s%d.p',NM);
40 nomfitxer=strcat(nomfitxer,extensio);
41 fid=fopen(nomfitxer,'r+');
42
43 %% Modificamos el archivo para extraer la cabecera del archivo Touchstone
44
45 fid2=fopen('parametres.S_modi.txt','w');
46
47 [A,count]=fscanf(fid,'%c',1);
48 while count~=0
49     if (A=='!')
50         posicioultim=ftell(fid);
51     end
52     [A,count]=fscanf(fid,'%c',1);
53 end
54
55 fseek(fid,posicioultim,'bof');
56
57 [A,count]=fscanf(fid,'%f',1);
58 while count~=0
59     fprintf(fid2,'%d',A);
60     fprintf(fid2,'\t');
```

```

61
62     for i=1:1:NМ*NМ*2
63         A=fscanf(fid, '%f',1);
64         fprintf(fid2, '%f',A);
65         fprintf(fid2, '\t');
66     end
67     fprintf(fid2, '\n');
68     [A,count]=fscanf(fid, '%f',1);
69 end
70
71 fclose(fid);
72 fclose(fid2);
73
74
75
76 %% CALCULO DE LOS PARAMETROS FISICOS PARA CADA CONDUCTOR
77
78 load('parametres_S_modi.txt');
79 par_S=parametres_S_modi;
80
81 mida=size(par_S);
82
83 % Generamos un vector de frecuencias que empiece a f = 0
84 f(2:(mida(1)+1))=(par_S(:,1)')*1e-9;
85 f(1)=0; % f=0 para que la fase de las betas empiece a cero y se pueda hacer ...
    el unwrap
86
87
88
89 for ff=1:(mida(1))
90     % Contruccion de la matriz de parametros S
91
92     for ii=1:NМ;
93         for jj=1:NМ;
94             S(ii,jj)=par_S(ff,1+2*(ii-1)*NМ+2*jj-1)+...
95                 1i*par_S(ff,1+2*(ii-1)*NМ+2*jj);
96         end;
97     end;
98
99     % Construccion de la matriz de parametros ABCD generalizada
100     S11=S(1:NМ/2,1:NМ/2);
101     S12=S(1:NМ/2,NМ/2+1:NМ);
102     S21=S(NМ/2+1:NМ,1:NМ/2);
103     S22=S(NМ/2+1:NМ,NМ/2+1:NМ);
104
105     Iden=eye(NМ/2);
106
107     Matriu1(1:NМ/2,1:NМ/2)=Zo*Iden;
108     Matriu1(1:NМ/2,NМ/2+1:NМ)=Zo*Iden;
109     Matriu1(NМ/2+1:NМ,1:NМ/2)=Iden;
110     Matriu1(NМ/2+1:NМ,NМ/2+1:NМ)=-Iden;
111
112     Matriu2(1:NМ/2,1:NМ/2)=inv(S21);
113     Matriu2(1:NМ/2,NМ/2+1:NМ)=-inv(S21)*S22;
114     Matriu2(NМ/2+1:NМ,1:NМ/2)=S11/S21;
115     Matriu2(NМ/2+1:NМ,NМ/2+1:NМ)=S12-S11/S21*S22;
116
117     Matriu3(1:NМ/2,1:NМ/2)=Iden;
118     Matriu3(1:NМ/2,NМ/2+1:NМ)=Zo*Iden;
119     Matriu3(NМ/2+1:NМ,1:NМ/2)=Iden;
120     Matriu3(NМ/2+1:NМ,NМ/2+1:NМ)=-Zo*Iden;
121
122
123     gABCD=(1/(2*Zo))*Matriu1*Matriu2*Matriu3;
124
125     % Hallamos los autovalores y autovectores

```

```

126 [W,D] = eig(gABCD);
127
128
129
130 % Los autovalores y autovectores van en parejas. Para cada modo existe un ...
    autovalor exp(-gamma*l) que corresponde a z crecientes y otro ...
    autovalor exp(gamma*l) que corresponde a z decrecientes, con sus ...
    respectivos autovectores. Los dos autovectores tienen los mismos ...
    valores para los componentes de tension y los mismos valores con ...
    signo cambiado para los componentes de corriente.
131
132
133 %% Si es la primera frecuencia
134
135 % Identificamos los autovectores y autovalores correspondientes a la ...
    propagacion hacia z decrecientes y los guardamos en un array
136
137 if (ff==1)
138
139     vectorMode=zeros (NM,NM/2);
140     posMode=zeros (NM/2,1);
141     k=1;
142     for j=1:NM
143         % Nos quedamos con las betas positivas
144         if (imag(log(D(j,j))/L)>0)
145             % Nos guardamos los autovectores
146             vectorMode(:,k)=W(:,j);
147             posMode(k)=j;
148             k=k+1;
149         end
150     end
151
152 end
153
154 %% Si no es la primera frecuencia hay que hallar la posicion en la que se ...
    encuentra cada modo
155
156 if (ff~=1)
157     posMode=zeros (NM/2,1);
158     % Medimos la distancia entre los autovectores en esta frecuencia ...
        respecto los autovectores guardados.
159     for j=1:NM/2
160         temp=zeros (NM,1);
161         for k=1:NM
162             temp(k)=sum(abs((W(:,k)/W(NM/2+1,k))-vectorMode(:,j)/...
                vectorMode(NM/2+1,j)));
163
164
165         end
166         % Asociamos al modo j el autovector con menos distancia a este.
167         tempMode= find(temp==min(temp));
168         posMode(j)=tempMode(1);
169     end
170 end
171
172 %% Guardamos los valores de tension fisica, corriente fisica, beta fisica ...
    y alfa fisica. Todas las tensiones y corrientes estan normalizadas ...
    respecto la tension del primer conductor.
173
174 for j=1:NM/2
175     Vc(ff,1+(j-1)*NM/2)=1;
176     for k=1:NM/2
177         Vc(ff,k+(j-1)*NM/2)=W(k,posMode(j))/W(1,posMode(j));
178         Ic(ff,k+(j-1)*NM/2)=W(k+NM/2,posMode(j))/W(1,posMode(j));
179     end
180

```

```

181         % Nos aseguramos que para f=0 la Bm sea cero. Esto es necesario para ...
           hacer un unwrap de Bm
182         Bm(1,j)=0;
183         Bm(ff+1,j)=imag(log(D(posMode(j),posMode(j)))/L);
184         Bm(:,j)=unwrap(Bm(:,j)*L)/L;
185         alfa(ff,j)=real(log(D(posMode(j),posMode(j)))/L);
186
187     end
188
189
190 end
191
192
193 % Calculamos las constantes de proporcionalidad entre tensiones fisicas y ...
    corrientes fisicas del primer conductor y los otros
194
195 param_prop=zeros((NM/2-1)*2*(NM/2),1);
196 for j=1:N/2
197     for k=1:N/2-1
198         % Parte de tension
199         y=(Vc(:,k+1+(j-1)*NM/2)') ./ (Vc(:,1+(j-1)*NM/2)');
200         % Sacamos del array posibles infinitos
201         [repitencia]=find(isnan(y));
202         y(repitencia)=[];
203         param_prop(k+(j-1)*((NM/2-1)*2))=mean(y);
204
205         % Parte de corriente
206         y=(Ic(:,k+1+(j-1)*NM/2)') ./ (Ic(:,1+(j-1)*NM/2)');
207         % Sacamos del array posibles infinitos
208         [repitencia]=find(isnan(y));
209         y(repitencia)=[];
210         param_prop(k+(NM/2-1)+(j-1)*((NM/2-1)*2))=mean(y);
211     end
212 end
213 param_prop
214
215
216 % Calculamos los valores medios de Z fisicas del primer conductor para cada modo
217
218 Z=zeros(NM/2,1);
219 for j=1:N/2
220     y=(Vc(:,1+(j-1)*NM/2)') ./ Ic(:,1+(j-1)*NM/2)';
221     % Sacamos del array posibles infinitos
222     [repitencia]=find(isnan(y));
223     y(repitencia)=[];
224     Z(j)=mean(y);
225
226 end
227 Z
228
229 %% Sacamos por pantalla los valores de las betas a 3 GHz
230 for j=1:N/2
231     Bm_3GHz(j)=Bm(length(Bm(:,j)),j);
232 end
233 Bm_3GHz
234
235
236 %% PARTE GRAFICA
237
238 if parte_grafica==1
239
240     %% Graficas de tensiones fisicas y corriente fisicas para cada conductor
241
242     if grafiques_V_I_fisiques==1
243         Colors=hsv(NM/2);
244

```

```

245     for j=1:N/2
246         eix_x=f(2:(mida(1)+1));
247         figure
248         subplot(221)
249         hold on
250         for k=1:N/2
251             plot(eix_x,real(Vc(:,k+(j-1)*N/2)), 'Color',Colors(k,:));
252
253         end
254         grid
255         xlabel('f [GHz]')
256         string=sprintf('real(Vc) Mode %d',j);
257         ylabel(string);
258
259         subplot(222)
260         hold on
261         for k=1:N/2
262             plot(eix_x,imag(Vc(:,k+(j-1)*N/2)), 'Color',Colors(k,:));
263
264         end
265         grid
266         xlabel('f [GHz]')
267         string=sprintf('imag(Vc) Mode %d',j);
268         ylabel(string);
269
270
271         subplot(223)
272         hold on
273         for k=1:N/2
274             plot(eix_x,real(Ic(:,k+(j-1)*N/2)), 'Color',Colors(k,:));
275
276         end
277         grid
278         xlabel('f [GHz]')
279         string=sprintf('real(Ic) Mode %d',j);
280         ylabel(string);
281
282         subplot(224)
283         hold on
284         for k=1:N/2
285             plot(eix_x,imag(Ic(:,k+(j-1)*N/2)), 'Color',Colors(k,:));
286
287         end
288         grid
289         xlabel('f [GHz]')
290         string=sprintf('imag(Ic) Mode %d',j);
291         ylabel(string);
292
293         % Anadimos una leyenda
294
295         Llegenda='Conductor ';
296         for l=1:N/2
297             legendInfo{1} = [Llegenda num2str(l)];
298         end
299         legend(legendInfo);
300
301     end
302 end
303
304
305 %% Graficas de las constantes de proporcionalidad entre tensiones fisicas ...
306     y corrientes fisicas del primer conductor y los otros
307
308 if grafiques.cte_prop==1
309     eix_x=f(2:(mida(1)+1));
310     for j=1:N/2

```

```

310         figure
311         for k=1:N/2-1
312
313             % Parte de tensiones
314
315             subplot((N/2-1)*2,2,k+(k-1))
316             plot(eix_x,real((Vc(:,k+1+(j-1)*N/2)') ./ ...
317                 (Vc(:,1+(j-1)*N/2)')), 'k');
318             grid
319             xlabel('f [GHz]');
320             ylabel('part real');
321
322             subplot((N/2-1)*2,2,k+1+(k-1))
323             plot(eix_x,imag((Vc(:,k+1+(j-1)*N/2)') ./ ...
324                 (Vc(:,1+(j-1)*N/2)')), 'k');
325             grid
326             xlabel('f [GHz]');
327             ylabel('part imag');
328
329             % Parte de corrientes
330
331             subplot((N/2-1)*2,2,k+(k-1)+N -2)
332             plot(eix_x,real((Ic(:,k+1+(j-1)*N/2)') ./ ...
333                 (Ic(:,1+(j-1)*N/2)')), 'k');
334             grid
335             xlabel('f [GHz]');
336             ylabel('part real');
337
338             subplot((N/2-1)*2,2,k+1+(k-1)+N -2)
339             plot(eix_x,imag((Ic(:,k+1+(j-1)*N/2)') ./ ...
340                 (Ic(:,1+(j-1)*N/2)')), 'k');
341             grid
342             xlabel('f [GHz]');
343             ylabel('part imag');
344
345         end
346
347     end
348
349 end
350
351 end
352
353 %% Graficas de Z fisica
354
355 if grafiques_Z_fisica==1
356     eix_x=f(2:(mida(1)+1));
357     figure
358     for j=1:N/2
359         subplot(N/2,2,j+(j-1))
360         plot(eix_x,real(Vc(:,1+(j-1)*N/2)') ./ Ic(:,1+(j-1)*N/2)'), 'k');
361         grid
362         xlabel('f [GHz]');
363         string=sprintf('real(Z %d)',j);
364         ylabel(string);
365
366
367         subplot(N/2,2,j+1+(j-1))
368         plot(eix_x,imag(Vc(:,1+(j-1)*N/2)') ./ Ic(:,1+(j-1)*N/2)'), 'k');
369         grid
370         xlabel('f [GHz]');
371         string=sprintf('imag(Z %d)',j);
372         ylabel(string);
373
374     end
375 end

```

```

376
377
378
379 %% Graficas betas
380
381 if grafiques_beta==1
382     figure
383     eix_x=f(2:(mida(1)+1));
384     x2=linspace(f(2),f((mida(1)+1)),10);
385
386     for j=1:N/2
387         subplot(ceil((N/2)/3),3,j)
388         plot(f,Bm(:,j),'k')
389         hold on;
390         grid
391         xlabel('f [GHz]');
392         string=sprintf('Beta Mode %d',j);
393         ylabel(string);
394         Bm2=Bm(2:length(Bm(:,j)),j);
395         polinomi_Bm=polyfit(eix_x,Bm2,1);
396         funcio=polyval(polinomi_Bm,x2);
397         plot(x2,funcio,'ro')
398         fprintf('La equacio de la recta Bm del Mode %d es (%f)*f [GHz] + ...\n',j,polinomi_Bm(1),polinomi_Bm(2));
399     end
400 end
401
402 %% Graficas alfas
403
404 if grafiques_alfa==1
405     figure
406     eix_x=f(2:(mida(1)+1));
407
408     for j=1:N/2
409         subplot(ceil((N/2)/3),3,j)
410         plot(eix_x,alfa(:,j),'k')
411         hold on;
412         grid
413         xlabel('f [GHz]');
414         string=sprintf('alfa Mode %d',j);
415         ylabel(string);
416     end
417 end
418
419
420
421 end
422
423 %% CALCULO DE LOS PARAMETROS MODALES
424
425 if calculsmodals==1
426
427
428     %% Valores medios de las impedancias caracteristicas modales
429
430     Z_M=zeros(N/2,1);
431     for j=1:N/2
432         producteParam=1;
433         for k=1:N/2-1
434             producteParam=producteParam+conj(param_prop(k+(j-1)*((N/2-1)*2)))*...
435             param_prop(k+(N/2-1)+(j-1)*((N/2-1)*2));
436         end
437         Z_M(j)=Z(j)*1/(param_x0(j)*conj(param_x0(j))*producteParam);
438     end
439     Z_M
440

```



```

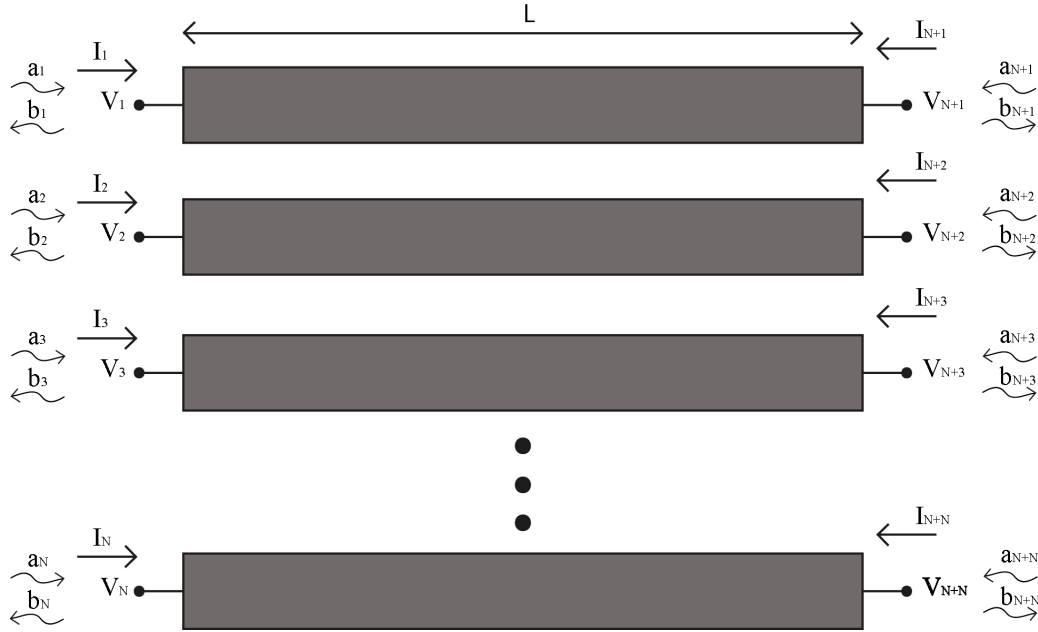
441
442 %% Calculo de los valores de la matriz D
443 D=zeros (NM/2,NM/2);
444 for j=1:NM/2
445     producteParam=1;
446     for k=1:NM/2-1
447         producteParam=producteParam+conj (param_prop (k+(j-1)*((NM/2-1)*2)))*...
448             param_prop (k+(NM/2-1)+(j-1)*((NM/2-1)*2));
449     end
450     n=1;
451     D(n,j)=1/(conj (param_x0(j))*producteParam);
452     for n=1:NM/2-1
453         D(n+1,j)=(1/(conj (param_x0(j))*producteParam)) ...
454             *param_prop (n+(NM/2-1)+(j-1)*((NM/2-1)*2)) ;
455     end
456     D
457
458 end

```

## 7.2. Teoría multimodal generalizada de Miquel Ribó Pal

### 7.2.1. Obtención de los parámetros modales de un tramo de N líneas acopladas (con un conductor de referencia) [3]

En esta sección se estudia el modelo general para N+1 conductores (N líneas acopladas más un conductor de referencia). En la Figura 87 se puede observar un tramo de N+1 conductores en un entorno microstrip (N líneas acopladas y un plano de masa inferior infinito):



**Figura 87:** Modelo general

Considerando todos los puertos con la misma impedancia de referencia  $Z_0$ :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_N \\ b_{N+1} \\ b_{N+2} \\ b_{N+3} \\ \vdots \\ b_{N+N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{S}_{11} & \hat{S}_{12} \\ \hat{S}_{21} & \hat{S}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_N \\ a_{N+1} \\ a_{N+2} \\ a_{N+3} \\ \vdots \\ a_{N+N} \end{pmatrix}$$

dónde  $\hat{S}_{11}, \hat{S}_{12}, \hat{S}_{21}, \hat{S}_{22}$  son matrices  $N \times N$

Se definen los siguientes vectores:

$$\hat{b}_1 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} \quad \hat{b}_2 = \begin{pmatrix} b_{N+1} \\ b_{N+2} \\ b_{N+3} \\ \vdots \\ b_{N+N} \end{pmatrix} \quad \hat{a}_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad \hat{a}_2 = \begin{pmatrix} a_{N+1} \\ a_{N+2} \\ a_{N+3} \\ \vdots \\ a_{N+N} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\hat{b}_1 &= \hat{S}_{11} \cdot \hat{a}_1 + \hat{S}_{12} \cdot \hat{a}_2 \\ \hat{b}_2 &= \hat{S}_{21} \cdot \hat{a}_1 + \hat{S}_{22} \cdot \hat{a}_2\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{S}_{21}^{-1} & -\hat{S}_{21}^{-1} \cdot \hat{S}_{22} \\ \hat{S}_{11} \cdot \hat{S}_{21}^{-1} & \hat{S}_{12} - \hat{S}_{11} \cdot \hat{S}_{21}^{-1} \cdot \hat{S}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{b}_2 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}$$

De la teoría de microondas se conocen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}V_i &= \sqrt{Z_0} \cdot (a_i + b_i) & a_i &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{Z_0}} \cdot (V_i + Z_0 \cdot I_i) \\ I_i &= \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot (a_i - b_i) & b_i &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{Z_0}} \cdot (V_i - Z_0 \cdot I_i)\end{aligned}$$

Se definen los siguiente vectores:

$$\hat{V}_1 = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{pmatrix} \quad \hat{V}_2 = \begin{pmatrix} V_{N+1} \\ V_{N+2} \\ \vdots \\ V_{N+N} \end{pmatrix} \quad \hat{I}_1 = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} \quad \hat{I}_2 = \begin{pmatrix} I_{N+1} \\ I_{N+2} \\ \vdots \\ I_{N+N} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \sqrt{Z_0} \cdot I & \sqrt{Z_0} \cdot I \\ \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot I & -\frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot \begin{pmatrix} Z_0 \cdot I & Z_0 \cdot I \\ I & -I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \hat{b}_2 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{Z_0}} \cdot \begin{pmatrix} I & Z_0 \cdot I \\ I & -Z_0 \cdot I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Dónde I indica la matriz identidad NxN.

Ahora ya se puede montar la matriz de parámetros ABCD generalizada:

$$\begin{pmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{1}{2 \cdot Z_0} \cdot \begin{pmatrix} Z_0 \cdot I & Z_0 \cdot I \\ I & -I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{S}_{21}^{-1} & -\hat{S}_{21}^{-1} \cdot \hat{S}_{22} \\ \hat{S}_{11} \cdot \hat{S}_{21}^{-1} & \hat{S}_{12} - \hat{S}_{11} \cdot \hat{S}_{21}^{-1} \cdot \hat{S}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I & Z_0 \cdot I \\ I & -Z_0 \cdot I \end{pmatrix}}_{ABCD} \cdot \begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix}$$

En un modo, la distribución de tensiones y corrientes en los conductores permanece constante durante toda la propagación por la línea de transmisión. En el campo de la álgebra existe un símil, los autovectores. Cuando multiplicamos un autovector por su matriz asociada, obtenemos el mismo autovector escalado por una constante, el autovalor.

Por lo tanto, volviendo al sistema,  $\begin{pmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix}$  será un modo si:

$$\begin{pmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A}' & \hat{B}' \\ \hat{C}' & \hat{D}' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix} = e^{\gamma_M \cdot L} \cdot \begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix}$$

Es decir,  $\begin{pmatrix} \hat{V}_2 \\ -\hat{I}_2 \end{pmatrix}$  es un autovector del sistema con autovalor asociado  $e^{\gamma_M \cdot L}$ .

Cada uno de los autovectores de la matriz ABCD permite conocer la distribución de tensiones y corrientes en los conductores para un modo y el autovalor asociado permite conocer la constante de propagación ( $\gamma_M$ ) para ese modo ( $L$  es la longitud física del tramo de líneas acopladas).

Cada modo se propagará de forma equivalente por una línea de transmisión modal (Figura 88). Para definir completamente un modo se necesita obtener la impedancia modal característica  $Z_{0M}$  y la constante de propagación modal  $\gamma_M$ . La tensión que se propaga por esta línea se le llama tensión modal  $V_M(z)$ , y la corriente, corriente modal  $I_M(z)$ .

Para esta definición se puede recurrir a dos opciones: utilizar las ondas regresivas o las progresivas.

Ondas progresivas

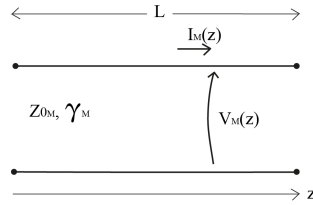
$$V_M(z) = V_M^+ \cdot e^{-\gamma_M \cdot z}$$

$$I_M(z) = \frac{V_M^+}{Z_{0M}} \cdot e^{-\gamma_M \cdot z}$$

Ondas regresivas

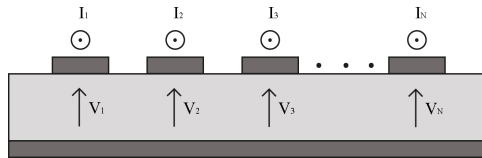
$$V_M(z) = V_M^- \cdot e^{\gamma_M \cdot z}$$

$$I_M(z) = -\frac{V_M^-}{Z_{0M}} \cdot e^{\gamma_M \cdot z}$$



**Figura 88:** Línea de transmisión modal

En una línea de transmisión con  $N+1$  conductores ( $N$  líneas acopladas más un conductor de referencia), se pueden obtener  $N$  modos distintos, de manera que la línea de transmisión se puede descomponer en  $N$  líneas de transmisión modales. En la Figura 89 se puede observar un circuito con  $N$  líneas acopladas en entorno microstrip, dónde  $V_i$  ( $i=1...N$ ) son las tensiones físicas y  $I_i$  ( $i=1...N$ ) son las corrientes físicas, para un modo cualquiera.



**Figura 89:** Línea de transmisión con  $N+1$  conductores en entorno microstrip

Cada modo tiene asociadas una tensión y una corriente físicas para cada conductor (se toma un conductor como referencia). En el caso de microstrip, la referencia es el conductor inferior. La forma de relacionar la tensión modal ( $V_M$ ) con cada una de las tensiones físicas de cada conductor ( $V_i$   $i=1...N$ ) para ese modo y la corriente modal ( $I_M$ ) con cada una de las corrientes físicas de cada conductor ( $I_i$   $i=1...N$ ) para ese modo, es un poco arbitraria. En realidad, cualquiera es buena siempre que se cumpla que la potencia propagada por el modo sea igual a la potencia propagada por los conductores:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \text{Re}\{V_M \cdot I_M^*\} = \frac{1}{2} \cdot \text{Re}\left\{\sum_{i=1}^N V_i \cdot I_i^*\right\}$$

Por consiguiente, bastará con que cumpla la siguiente condición:

$$V_M \cdot I_M^* = \sum_{i=1}^N V_i \cdot I_i^*$$

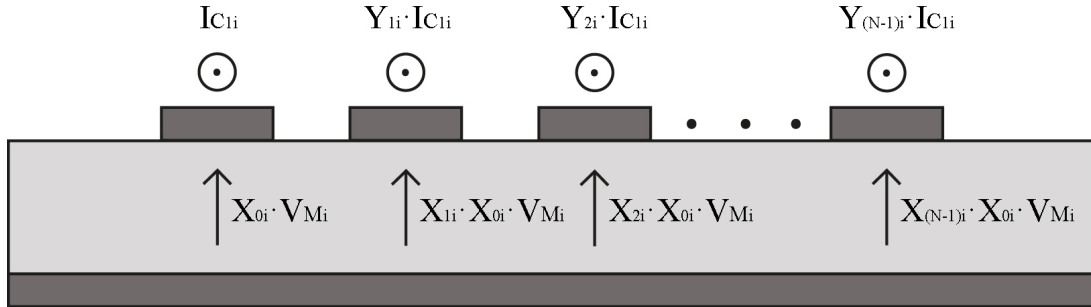
Debido a que la definición de  $V_M$  y  $I_M$  es arbitraria, el parámetro que relaciona ambos conceptos, la impedancia modal característica  $Z_{0M}$ , también lo será.

### 7.2.2. Modelo circuital general de transición de circuital a modal en $\mathbb{R}$ [4]

En una línea de transmisión con  $N+1$  conductores ( $N$  líneas acopladas más un conductor de referencia) hay  $N$  modos. Como cualquier definición de los parámetros modales es buena siempre que se cumpla la restricción de potencia, para cada modo, se define la tensión física en el primer conductor ( $V_1$ ) como una porción ( $X_0$ ) de la tensión modal ( $V_M$ ) y el resto de tensiones físicas se expresan mediante una proporción de ésta. El parámetro de proporcionalidad es diferente para cada conductor ( $X_i$   $i=1\dots(N-1)$ ). Las corrientes físicas de los conductores se definen proporcionalmente a la corriente física del primer conductor ( $I_{C1}$ ), mediante un parámetro de proporcionalidad distinto para cada conductor ( $Y_i$   $i=1\dots(N-1)$ ). La constante de propagación modal coincide con la constante de propagación física. Este procedimiento se repite para cada modo.

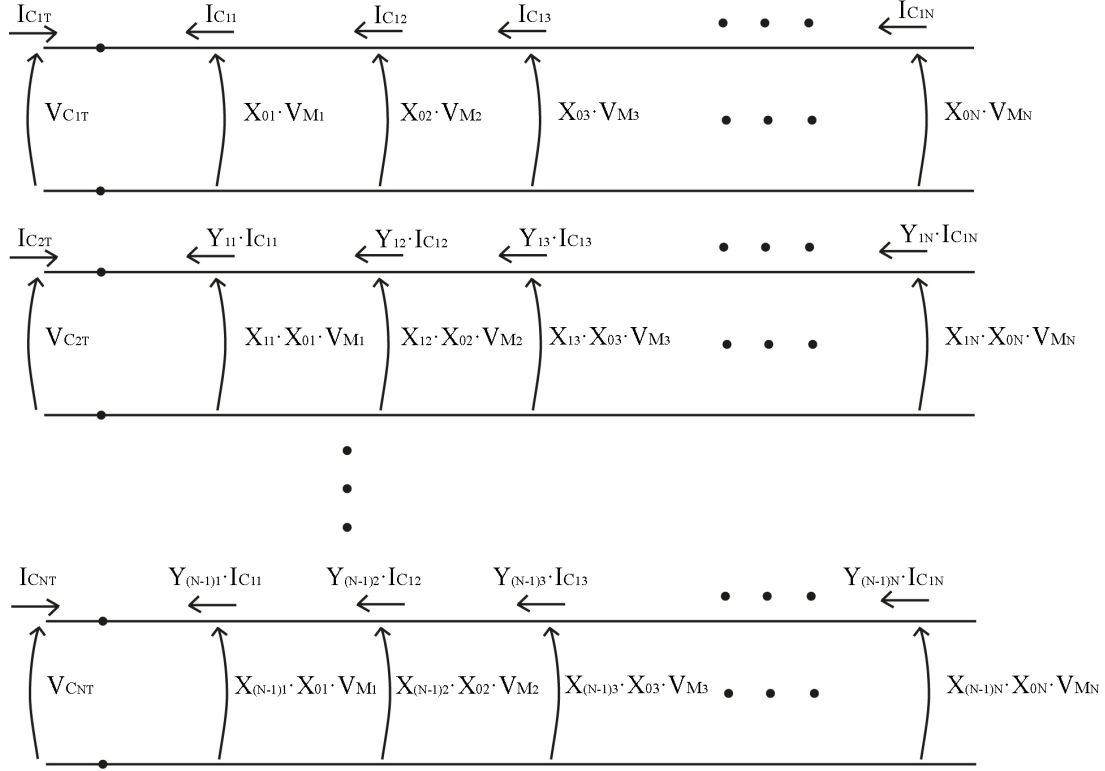
Para entornos microstrip, cada modo  $i$  ( $i=1..N$ ) queda representado en la Figura 90:

Modo  $i$ :



**Figura 90:** Línea de transmisión con  $N+1$  conductores

Si se sigue este procedimiento para cada uno de los modos y se añaden todas las tensiones y corrientes para cada modo en un mismo modelo circuital, se obtiene el modelo de la Figura 91, donde  $V_{C_{iT}}$  es la tensión total para el conductor  $i$  y  $I_{C_{iT}}$  es la corriente total para el conductor  $i$ :



**Figura 91:** Línea de transmisión con N+1 conductores

Por lo tanto, si se aplican las leyes de Kirchhoff a la Figura 91 y la restricción de potencia, se pueden obtener las relaciones entre tensiones físicas y modales y las relaciones entre corrientes físicas y corrientes modales. En este momento, se han encontrado relaciones entre tensiones físicas y modales y, entre corriente físicas y modales, en consecuencia, el modelo circuital tiene que ser tal que las corrientes no puedan generar tensiones y al revés.

Esta relación se puede expresar mediante una matriz ABCD generalizada, dónde  $V_{C_{iT}}$  es la tensión física del conductor  $i$  y  $V_{M_i}$  es la tensión modal para el modo  $i$ :

$$\begin{pmatrix} V_{C_{1T}} \\ V_{C_{2T}} \\ V_{C_{3T}} \\ \vdots \\ V_{C_{NT}} \\ I_{C_{1T}} \\ I_{C_{2T}} \\ I_{C_{3T}} \\ \vdots \\ I_{C_{NT}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{M_1} \\ V_{M_2} \\ V_{M_3} \\ \vdots \\ V_{M_N} \\ -I_{M_1} \\ -I_{M_2} \\ -I_{M_3} \\ \vdots \\ -I_{M_N} \end{pmatrix}$$

dónde:

$$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D} \text{ son matrices } N \times N \quad \text{y} \quad \hat{B} = \hat{C} = \hat{0}$$

Como restricción adicional se impone que nuestro modelo circuital sea recíproco, ya que todos los elementos y medios pasivos (excepto ferritas y plasmas) son recíprocos. Un circuito

recíproco tiene la matriz de parámetros Z simétrica. Se va a analizar como afecta esta restricción a los parámetros ABCD.

Primero hay que relacionar los parámetros Z con los parámetros ABCD:

$$\begin{pmatrix} V_{C_{1T}} \\ V_{C_{2T}} \\ V_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{C_{NT}} \\ V_{M_1} \\ V_{M_2} \\ V_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{M_N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{Z}_{11} & \hat{Z}_{12} \\ \hat{Z}_{21} & \hat{Z}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{C_{1T}} \\ I_{C_{2T}} \\ I_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{C_{NT}} \\ I_{M_1} \\ I_{M_2} \\ I_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{M_N} \end{pmatrix}$$

dónde  $\hat{Z}_{11}, \hat{Z}_{12}, \hat{Z}_{21}, \hat{Z}_{22}$  son matrices NxN

Ahora se definen los siguientes vectores:

$$\hat{V}_C = \begin{pmatrix} V_{C_{1T}} \\ V_{C_{2T}} \\ V_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{C_{NT}} \end{pmatrix} \quad \hat{V}_M = \begin{pmatrix} V_{M_1} \\ V_{M_2} \\ V_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{M_N} \end{pmatrix} \quad \hat{I}_C = \begin{pmatrix} I_{C_{1T}} \\ I_{C_{2T}} \\ I_{C_{3T}} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{C_{NT}} \end{pmatrix} \quad \hat{I}_M = \begin{pmatrix} I_{M_1} \\ I_{M_2} \\ I_{M_3} \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{M_N} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\hat{V}_C = \hat{Z}_{11} \cdot \hat{I}_C + \hat{Z}_{12} \cdot \hat{I}_M$$

$$\hat{V}_M = \hat{Z}_{21} \cdot \hat{I}_C + \hat{Z}_{22} \cdot \hat{I}_M$$

De las relaciones anteriores se puede obtener:

$$\hat{I}_C = \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{V}_M - \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} \cdot \hat{I}_M$$

$$\hat{V}_C = \hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{V}_M - (\hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{12}) \cdot \hat{I}_M$$

Si se sabe:

$$\hat{I}_C = \hat{C} \cdot \hat{V}_M - \hat{D} \cdot \hat{I}_M$$

$$\hat{V}_C = \hat{A} \cdot \hat{V}_M - \hat{B} \cdot \hat{I}_M$$

Por inspección, se puede obtener la relación entre parámetros Z y parámetros ABCD:

$$\hat{A} = \hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1}$$

$$\hat{C} = \hat{Z}_{21}^{-1}$$

$$\hat{B} = \hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{12}$$

$$\hat{D} = \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22}$$

Finalmente, si se aplica la condición de reciprocidad, o lo que es lo mismo, una matriz de parámetros Z simétrica ( $Z_{ij} = Z_{ji} \quad \forall i \neq j$ ), se tiene que  $\hat{Z}_{11}^T = \hat{Z}_{11}$ ,  $\hat{Z}_{22}^T = \hat{Z}_{22}$ ,  $\hat{Z}_{12}^T = \hat{Z}_{21}$ .

Ahora se ve como afecta a los parámetros ABCD:

$$\hat{A}^T \cdot \hat{D} - \hat{C}^T \cdot \hat{B} = \hat{Z}_{21}^{-1^T} \cdot \hat{Z}_{11}^T \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{21}^{-1^T} \cdot (\hat{Z}_{11} \cdot \hat{Z}_{21}^{-1} \cdot \hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{12}) = I$$

Dónde I indica la matriz identidad NxN.

En el sistema que se esta diseñando  $\hat{B} = \hat{C} = \hat{0}$ .

Es decir :  $\hat{A}^T \cdot \hat{D} - \hat{C}^T \cdot \hat{B} = \hat{A}^T \cdot \hat{D} = I$

Por lo tanto:  $\hat{D}^{-1} = \hat{A}^T \quad \text{y} \quad \hat{A}^{-1} = \hat{D}^T$

En conclusión:

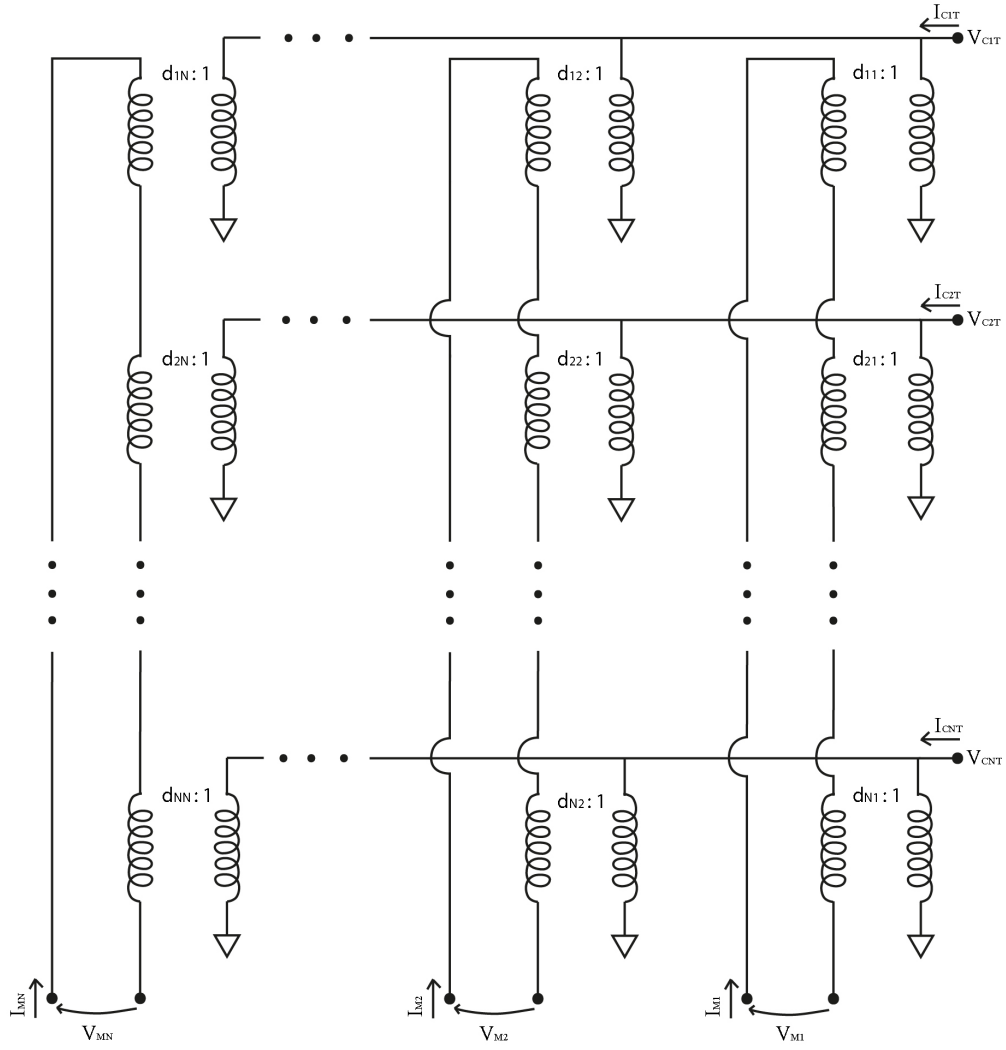
$$\begin{pmatrix} V_{M1} \\ V_{M2} \\ V_{M3} \\ \vdots \\ V_{MN} \end{pmatrix} = \hat{A}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} V_{C1T} \\ V_{C2T} \\ V_{C3T} \\ \vdots \\ V_{CNT} \end{pmatrix} = \hat{D}^T \cdot \begin{pmatrix} V_{C1T} \\ V_{C2T} \\ V_{C3T} \\ \vdots \\ V_{CNT} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} I_{C1T} \\ I_{C2T} \\ I_{C3T} \\ \vdots \\ I_{CNT} \end{pmatrix} = \hat{D} \cdot \begin{pmatrix} -I_{M1} \\ -I_{M2} \\ -I_{M3} \\ \vdots \\ -I_{MN} \end{pmatrix}$$

Si se define la matriz  $\hat{D}$ :

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1N} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{N1} & d_{N2} & \cdots & d_{NN} \end{pmatrix}$$

Esta transformación de circuital a modal puede modelarse circuitalmente con el siguiente circuito multimodal (Fig 89), dónde cada valor  $d_{ij}$  de la matriz  $\hat{D}$  define cada uno de los transformadores.





**Figura 92:** Modelo circuital general

### 7.2.3. Modelo general para Three-Line Microstrip en $\mathbb{R}$

Para el caso particular de Three-Line Microstrip (3 conductores superiores y un conductor inferior infinito), se toma como referencia el artículo *On the Analysis of Symmetrical Three-Line Microstrip Circuits* [1]. Este artículo se centra en el análisis de estructuras Three-Line Microstrip simétricas, aunque la parte del artículo que se toma como referencia es aplicable a cualquier sistema Three-Line Microstrip. El autor, a partir de las ecuaciones de línea de transmisión, encuentra los autovalores y autovectores de la matriz que definen el sistema. Los autovalores permiten encontrar las constantes de propagación y los autovectores las relaciones entre tensiones y corrientes físicas para cada modo.

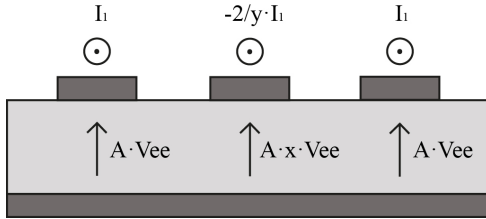
A continuación se presenta la matriz de autovectores, dónde la parte superior muestra la configuración de tensiones físicas y la parte inferior muestra la configuración de corrientes físicas, para cada modo. Los valores están normalizados y, por lo tanto, no representan valores absolutos de tensiones y corrientes físicas, sino la relación que tienen entre ellas.

$$\begin{pmatrix} M_V \\ \hline M_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ -2/y & -2/x & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

A partir de lo anterior, si para cada modo se define la tensión modal como una porción de la tensión física al primer conductor y se impone la restricción de que la potencia propagada sea la misma, se pueden calcular la tensión modal, corriente modal e impedancia característica modal para cada uno de los tres modos: EE, OO y OE.

Para los siguientes análisis se supone que todas las tensiones y corrientes corresponden a ondas progresivas.

### Análisis del Modo EE



**Figura 93:** Modo EE

Restricción de potencia:  $V_{ee} \cdot I_{ee}^* = 2 \cdot A \cdot V_{ee} \cdot I_1^* + A \cdot x \cdot V_{ee} \cdot \left(\frac{-2}{y} \cdot I_1^*\right)$

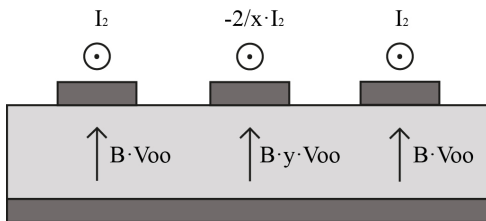
Por lo tanto:

$$I_1 = \frac{1}{2 \cdot A} \cdot \frac{y}{y - x} \cdot I_{ee}$$

$$I_{ee} = 2 \cdot A \cdot \frac{y - x}{y} \cdot I_1$$

$$Z_{0ee} = \frac{V_{ee}}{I_{ee}} = \frac{\frac{V_1}{A}}{2 \cdot A \cdot \frac{y - x}{y} \cdot I_1} = \frac{1}{2 \cdot A^2} \cdot \frac{y}{y - x} \cdot \frac{V_1}{I_1}$$

### Análisis del Modo OO



**Figura 94:** Modo OO

Restricción de potencia:  $V_{oo} \cdot I_{oo}^* = 2 \cdot B \cdot V_{oo} \cdot I_2^* + B \cdot y \cdot V_{oo} \cdot \left(\frac{-2}{x} \cdot I_2^*\right)$

Por lo tanto:

$$I_2 = \frac{1}{2 \cdot B} \cdot \frac{x}{x-y} \cdot I_{oo}$$

$$I_{oo} = 2 \cdot B \cdot \frac{x-y}{x} \cdot I_2$$

$$Z_{0oo} = \frac{V_{oo}}{I_{oo}} = \frac{\frac{V_2}{B}}{2 \cdot B \cdot \frac{x-y}{x} \cdot I_2} = \frac{1}{2 \cdot B^2} \cdot \frac{x}{x-y} \cdot \frac{V_2}{I_2}$$

### Análisis del Modo OE

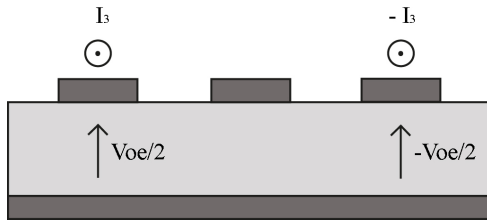


Figura 95: Modo OE

$$\text{Restricción de potencia: } V_{oe} \cdot I_{oe}^* = \frac{V_{oe}}{2} \cdot I_3^* - \frac{V_{oe}}{2} \cdot (-I_3^*) = V_{oe} \cdot I_3^*$$

Por lo tanto:

$$I_3 = I_{oe}$$

$$Z_{0oe} = \frac{V_{oe}}{I_{oe}} = \frac{2 \cdot V_3}{I_3} = 2 \cdot \frac{V_3}{I_3}$$

### Modelo circuital

En este apartado se diseña un modelo circuital para convertir tensiones y corrientes en los conductores a tensiones y corrientes modales. En la Figura 96 se pueden observar la unión de las tensiones y corrientes que definen cada uno de los tres modos en un mismo modelo circuital, dónde  $V_{A,B,C}$  son las tensiones totales y  $I_{A,B,C}$  son las corrientes totales, para cada uno de los conductores.

A partir de aplicar las leyes de Kirchhoff al modelo anterior y la restricción de potencia, obtenemos las siguientes relaciones:

$$V_A = A \cdot V_{ee} + B \cdot V_{oo} + \frac{V_{oe}}{2}$$

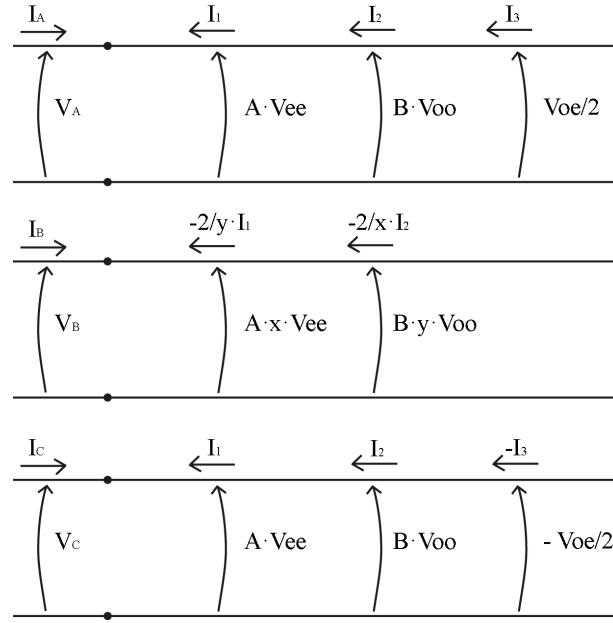
$$V_B = A \cdot x \cdot V_{ee} + B \cdot y \cdot V_{oo}$$

$$V_C = A \cdot V_{ee} + B \cdot V_{oo} - \frac{V_{oe}}{2}$$

$$-I_A = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{1}{2 \cdot A} \cdot \frac{y}{y-x} \cdot I_{ee} + \frac{1}{2 \cdot B} \cdot \frac{x}{x-y} \cdot I_{oo} + I_{oe}$$

$$-I_B = -\frac{2}{y} \cdot I_1 - \frac{2}{x} \cdot I_2 = -\frac{1}{A \cdot (y-x)} \cdot I_{ee} - \frac{1}{B \cdot (x-y)} \cdot I_{oo}$$

$$-I_C = I_1 + I_2 - I_3 = \frac{1}{2 \cdot A} \cdot \frac{y}{y-x} \cdot I_{ee} + \frac{1}{2 \cdot B} \cdot \frac{x}{x-y} \cdot I_{oo} - I_{oe}$$



**Figura 96:** Tensiones y corrientes para cada conductor

Y por lo tanto, la matriz  $\hat{D}$  es la siguiente:

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2 \cdot A} \cdot \frac{y}{y-x} & \frac{1}{2 \cdot B} \cdot \frac{x}{x-y} & 1 \\ -\frac{1}{A \cdot (y-x)} & -\frac{1}{B \cdot (x-y)} & 0 \\ \frac{1}{2 \cdot A} \cdot \frac{y}{y-x} & \frac{1}{2 \cdot B} \cdot \frac{x}{x-y} & -1 \end{pmatrix}$$

## Referencias

- [1] Vijai K. Tripathi, “On the Analysis of Symmetrical Three-Line Microstrip Circuits”, Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on (Volume:25 , Issue: 9 ), Septiembre 1977
- [2] Ingo Wolff, “Coplanar Microwave Integrated Circuits”, Wiley
- [3] Miquel Ribó Pal, “Mètode de càlcul de paràmetres modals de línies de transmissió acoblades d’N+1 conductors a partir de simulacions electromagnètiques 3D”, Documento interno La Salle-URL, 2013
- [4] Miquel Ribó Pal, “Model circuital multimodal generalitzat per a la transformació de magnituds físiques a modals en circuits de línies acoblades de nombre arbitrari de conductors”, Documento interno La Salle-URL, 2013
- [5] J. A. Brandao Faria, “Multiconductor Transmission-Line Structures: Modal Analysis Techniques”, January 1994, Wiley
- [6] Clayton R. Paul, “Analysis of Multiconductor Transmission Lines, 2nd Edition”, November 2007, Wiley-IEEE Press